東京女子大学 数学の世界 (2002 年度) 資料

(前期・後期 共通)

非常勤講師 ながしまたかし 永島 孝

E-mail nagasima-t@mta.biglobe.ne.jp
Web site http://www.twcu.ac.jp/~nagasima/
個人Web site http://www2s.biglobe.ne.jp/~hotori/
ICQ 28361014

Copyright ©2002 NAGASHIMA Takashi.

目次

1 はじめに.....	1
2 鶴亀算, 一次連立方程式, 消去法, 不定と不能.....	6
3 二元一次連立方程式の解の公式, 二次の行列式.....	8
4 三元一次連立方程式と三次の行列式.....	11
5 四次以上の行列式, 余因子と井関-ヴァンデルモンドの方法.....	14
6 行列式の基本法則と効率的な計算法.....	17
7 一次連立方程式以外の行列式の応用.....	22
8 和算のその他の話題.....	24

1 はじめに

この講義では**行列式** (determinant) について概説し, あわせて和算について紹介する. 和算とは, 江戸時代に日本で発展した日本固有の数学である. 当時の日本は鎖国して海外との学問的交流はほとんどなく, 和算は西洋の数学とは独立に発展してきた. しかし明治維新とともに学校教育などに西洋の数学“洋算”が採用され, 和算はおとろえていった. ただし珠算¹だけはその後にも伝えられ実際に役立っている.

さて, 行列式は現代数学においても重要な概念である. 行列式は日本で江戸時代に発見されたけれども当時は海外に知られることなく, のちにヨーロッパでもまた日本とは独立に発見されたものである. 現在では行列式は線型代数学の中で行列 (matrix) などとともに学ぶのが一般的であるけれども, ここでは行列や一次変換にはほとんどふれず行列式だけに話を限定する. なお, 用語や記法は, 江戸時代のものでなく現代のものもちいる. つまり, ここでもちいる数式の書き方は欧米と共通のもの, また用語の多くは明治時代に西洋の数学を取り入れたときに作られたものである.

行列式の歴史について. 前述のとおり行列式の理論は日本とヨーロッパとで独立に発見されている. まず, 関孝和²が方程式論の研究の中で高次連立方程

¹そろばんを使う計算.

²せき たかかず, 1640頃-1708. 明治以降 せき こうわ とも読む.

式の消去法の考察から行列式を発見し、その理論を“解伏題之法” (1683年) に述べている。行列式の計算の図解は 1992年発行の関孝和生誕 350年記念切手に、関の肖像画の背景に描かれている。関孝和が発見して図解したのと同じ三次行列式の計算法はヨーロッパではサリュウ³の発見といわれ、書物に発表されたのは 1846年が最初である。

井関知辰⁴の著書“算法發揮” (1690年) には余因子をもちいた行列式の展開が図解して述べてある。和算における行列式については 田崎中: “江戸時代の数学”の pp.58-74 および平山諦: “関孝和”の pp.83-91 参照。“算法發揮”の余因子の説明の写真もここに載っている。

ヨーロッパではライプニッツ⁵が一次連立方程式の消去法から行列式の着想を得て、1693年にロピタルに宛てた手紙に例を書いているが、一般論を正しく認識していたかどうかかわからない。のちにクラメル⁶が行列式を研究してその理論を 1750年に発表している。クラメルの公式⁷はこの著書にある。その後、ヴァンデルモンド⁸やシルヴェスター⁹が行列式を研究している。余因子をもちいて展開する井関知辰の方法はヴァンデルモンドが井関の数十年後に再発見し、シルヴェスターが 1851年に発表している。これは井関知辰の“算法發揮”とくらべて 161年後のことである。

凡例

- (1) 定理, 例題, 問などの終わりは“□”で示す。とくに難しい問には“*”を添えてある。
- (2) 証明問題で、証明せよという句を省くことがある。
- (3) 年代は原則として西暦で示すが、一年程度の誤差があり得る。

参考文献

行列式に関する書籍は数多く出版されているが、行列式についてだけ書いたものは少なく、線型代数学について述べた中で行列式を扱っているものがほとんどである。行列式の参考書は、行列式, 行列, ベクトル, 線型代数 (線形代数), 一次連立方程式などのキーワードで書物をさがしてみることを期待する。ここには線型代数に関する参考文献を三つだけ挙げておく。

ドナルド・コーエン, 新井 紀子 共著: **アメリカ流 7歳からの行列**. ブルーボックス B-1327, 講談社.

小寺 平治: **クイックマスター線形代数** 改訂版. 共立出版.

³Pierre F. Sarrus, 1798-1861.

⁴いせき ともとき, 関と同時代.

⁵G. W. Leibniz, 1646-1716.

⁶クラメル, クラメルとも言う. G. Cramer, 1704-1752.

⁷つぎの節で述べる.

⁸A. T. Vandermonde, 1735-1796.

⁹J. J. Sylvester, 1814-1897

小寺 平治: **明解演習 線形代数**. 共立出版.

和算に関して参考になる書物とウェブサイトにはつぎのものがある.

(1) 書物. なお, いま売られているか否か確かめてない. 品切れまたは絶版の場合もあり得る.

小倉 金之助: **日本の数学**. 岩波新書 61, 岩波書店, 1940.

佐藤 健一: **和算家の旅日記**. 時事通信社, 1988.

佐藤 健一: **数学の文明開化**. 時事通信社, 1989.

佐藤 健一: **日本人と数 江戸庶民の数学**. 東洋書店, 1994.

佐藤 健一 編 (大竹 茂雄, 野口 泰助, 安富 有恒, 千喜良 英二, 弦間 耕一, 佐藤 健一 著): **江戸の寺子屋入門 —— 算術を中心として ——**. 研成社, 1996.

田崎 ^{とおる} 中: **江戸時代の数学**. 総合科学出版, 1983.

富山 ^{とみやま} 和子: **日本の米**. 中公新書 1156, 中央公論社, 1993.

平山 ^{あきら} 諦: **関孝和**. 恒星社厚生閣, 1959, 1974. (この本はかなり専門的.)

平山 諦: **和算の誕生**. 恒星社厚生閣, 1993.

深川 英俊, ダン・ペドー: **日本の幾何 —— 何題解けますか?**. 森北出版, 1991.

深川 英俊, ダン・ソコロフスキー: **日本の数学 —— 何題解けますか? [上]**. 森北出版, 1994.

深川 英俊, ダン・ソコロフスキー: **日本の数学 —— 何題解けますか? [下]**. 森北出版, 1994.

深川 英俊: **例題で知る日本の数学と算額**. 森北出版, 1998.

村田 ^{たもつ} 全: **日本の数学西洋の数学 —— 比較数学史の試み**. 中公新書 611, 中央公論社, 1981.

吉田 ^{みつよし} 光由, ^{じんこうき} 塵劫記¹⁰. 1627(寛永四年). (復刻版は少なくともつぎの四つものがあり, 現代語訳と英訳もある.)

(1) 下平 和夫 監修, 勝見 英一郎 校注: **塵劫記**. 江戸初期和算選書 第 1 巻 [3], 研成社, 1990.

(2) 塵劫記刊行三百年記念顕彰事業実行委員会 (委員長大矢真一)(編著); 吉田光由著: **塵劫記全三巻, 付 現代活字版および論文集**. 大阪教育図書株式会社, 1977.

(3) 与謝野 寛, 正宗 敦夫, 与謝野 晶子 編纂校訂: **古代数学集 [上]**. 日本古典全集 29, 日本古典全集刊行会, 1927.

(4) 吉田 光由 (大矢 真一 校注): **塵劫記**. 岩波文庫, 岩波書店, 1977.

(現代語訳) **現代語『塵劫記』**. 和算研究所 (所在地 156-0045 東京都世田谷区桜上水 5-14-9-108-8), 2000.

¹⁰じんこうき が正しいけれども, 江戸時代から じんこうき とも読む.

(英訳) **Jinkōki**. Wasan Institute (和算研究所), 2000.

さらに, 上に挙げた参考文献のほかつぎの辞典・事典なども参考になる.
 日本数学会 編: **岩波数学辞典**. 岩波書店発行, 1985.
 一松 信, 竹之内 脩 編: **改訂増補新数学事典**. 大阪書籍発行, 1991.

さらに, 和算や和算家を題材にした小説などの作品につぎのものがある. 楽しみながら和算に接することができるけれども, 必ずしも史実でなくフィクションであることを忘れないように.

遠藤 寛子 作, 箕田 源二郎 絵: **算法少女**. 少年少女歴史小説シリーズ, 岩崎書店, 1973.

金 重明^{キム チュンミョウ}: **算学武芸帳**. 朝日新聞社, 1997. (注. 原題 鳳積術. 第八回朝日新
 人文学賞受賞).

金 重明^{キン チュウメイ}: **戊辰算学戦記**. 朝日新聞社, 1999.

永井 義男: **算学奇人伝**. TBS ブリタニカ. 1997.

永井 義男: **中山道算学奇談**. 幻冬舎, 1998.

鳴海 風^{なるみ}: **円周率を計算した男**. 新人物往来社, 1998.

鳴海 風: **算聖伝 関孝和の生涯**. 新人物往来社, 2000.

(2) ウェブサイト:¹¹

<http://ddb.libnet.kulib.kyoto-u.ac.jp/exhibit/>

京都大学貴重資料画像データベース. 井関知辰: “算法発揮”などが見られる.

<http://www.tcp-ip.or.jp/~hom/>

小川 東^{つがね} のサイト. 和算に関する研究成果のほか建部賢弘の伝記などがある. 最も信頼できるサイトの一つ.

<http://www2s.biglobe.ne.jp/~hotori/wasan.html>

永島のウェブサイト“水のほとり”の中の和算のページ. 和算の文献表などがある.

<http://www.hps.hokudai.ac.jp/hsci/name/sangaku.htm>

算額.

<http://www.nikkei.co.jp/pub/science/page/honsi>

/9807/sangaku.html

算額に見る江戸時代の幾何学.

<http://torch.icu.ac.jp/~morimoto/wasan/wasan.html>

和算解説.

http://www.kikuka-hs.suginami.tokyo.jp/girls/math_pi3.htm

数学の館“別館”.

<http://www.kurikoma.or.jp/~museum/wasan/>

一関市博物館・和算.

¹¹印刷の都合上アドレスの途中で改行して示してあるのもあるが, 閲覧のためブラウザにアドレスを指定するときは一つの行にすること. なおアドレスはときどき変更されることがある.

<http://www.hps.hokudai.ac.jp/hsci/stamps/1674a.htm>

“関孝和が『発微算法』を刊行”.

<http://www.asahi-net.or.jp/~nj7h-ktr/>

和算の館.

<http://www.shigaku.or.jp/wasan/>

和算研究所.

<http://math1.edu.mie-u.ac.jp/~kanie/material/sankei.htm>

<http://www.asahi-net.or.jp/~nj7h-ktr/>