

コンピュータ・サイエンス1

第6回

コンピュータでの情報の扱い(3)

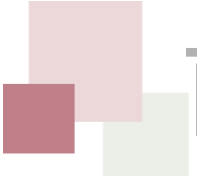
人間科学科コミュニケーション専攻

白銀 純子



第6回の内容

- コンピュータでの情報の扱い方(3)



前回の復習

2進数 $\times 2^n$

- 「2進数 $\times 2^n$ 」の計算は簡単
 - 2進数の一番右に、n個分「0」をつけるだけ
 - 2^n は2進数で表現すると、 $(10)_2$ をn回掛け算した数だから

Ex:

$$\begin{aligned} & (101101)_2 \times (8)_{10} \\ &= (101101)_2 \times (2^3)_{10} \\ &= (101101)_2 \times (1000)_2 \\ &= \underline{101101000} \end{aligned}$$

もとの2進数の一番右に3個「0」がついているだけ

2進数 $\times 2^n$

- かけ算する2進数を小数で表現したとき、小数以下に「0」が並んでいる
 - 2^n を2進数にかけると、小数以下に並んでいた「0」が出てきて、
もとの数がn個分左にずれる、というイメージ

「左にnビットシフトする」と呼ぶ

Ex:

$$\begin{aligned}(101101)_2 \times (8)_{10} \\ = (101101)_2 \times (2^3)_{10}\end{aligned}$$

101101.0000000000.....
1011010.00000000.....
10110100.0000000.....
101101000.000000.....

101101を左に3ビットシフトした数(小数点が移動しているだけ)

2進数 $\div 2^n$

- 「2進数 $\div 2^n$ 」の計算も簡単
 - 2進数の右からn桁分を小数部分にするだけ
 - 「2進数 $\div 2^n$ 」は2進数で表現すると、2進数を $(10)_2$ でn回割り算した数だから

Ex:

$$\begin{aligned}(111101)_2 &\div (8)_{10} \\ &= (111101)_2 \div (2^3)_{10} \\ &= (111101)_2 \div (1000)_2 \\ &= 111.101\end{aligned}$$

もとの2進数右から3桁分を小数部分にしたいだけ
(小数点が移動しているだけ)

2進数 $\div 2^n$

- 2^n で2進数を割ると、**その2進数がn個分右にずれる、**というイメージ
「右にnビットシフトする」と呼ぶ

Ex:

$$(111101)_2 \div (8)_{10} \\ = (111101)_2 \div (2^3)_{10}$$

111101
11110.1
1111.01
111.101

111101を右に3ビットシフトした数

シフト算でもオーバーフロー

- オーバーフローが起こるのは...
 - 足し算
 - かけ算(左にシフトする計算)

かけ算の場合... Ex. 4ビットの数: $(1011)_2 \times (8)_{10}$

$$\begin{aligned}(1011)_2 \times (8)_{10} &= (1011)_2 \times (2^3)_{10} \\ &= (1011)_2 \times (1000)_2 \\ &= (1011000)_2\end{aligned}$$

7ビット(7桁)になってしまった

but... 各桁を入れる箱は、小さい桁から4桁分



大きい桁(左の桁)から3桁分が無視されるので、計算結果は $(1000)_2$



8進数と16進数

8進数と16進数[1]

- コンピュータでの情報: **2進数**で扱われる

情報量が多くなると桁数が大きくなって、人間には扱いにくい

Ex.

アルファベットの「N」: 01001110 (8桁)

日本語の「ん」: 1010010011110011 (16桁)

赤色: 111111110000000000000000 (24桁)

人間にとっては扱いにくい

(コンピュータの制御を考えると、人間もコンピュータのように考える必要)



8進数&16進数

8進数と16進数[2]

- 8進数: 数を0～7の8つの数字で表現
- 16進数: 数を0～9とA～Fの16個の文字で表現

- A: 10
- B: 11
- C: 12
- D: 13
- E: 14
- F: 15

覚えよう!

※いろいろな試験で、電卓の持ち込みはできないので、
きちんと自分で計算できるようになろう!

8進数と16進数[3]

Ex.

アルファベットの「N」

2進数: 01001110

8進数: 116

16進数: 4E

日本語の「ん」:

2進数: 1010010011110011

8進数: 51163

16進数: 5273

赤色:

2進数: 111111110000000000000000

8進数: 77600000

16進数: FF0000

16進数

- 16進数が特によく使われる
 - コンピュータの世界では0～255の数値で表現されるものが多い

Ex. 色

- 色は赤・緑・青の濃淡を混ぜ合わせて表現する
- 赤・緑・青を0～255の256段階の濃淡を混ぜ合わせる

赤成分: 255, 緑成分: 102, 青成分: 153 →

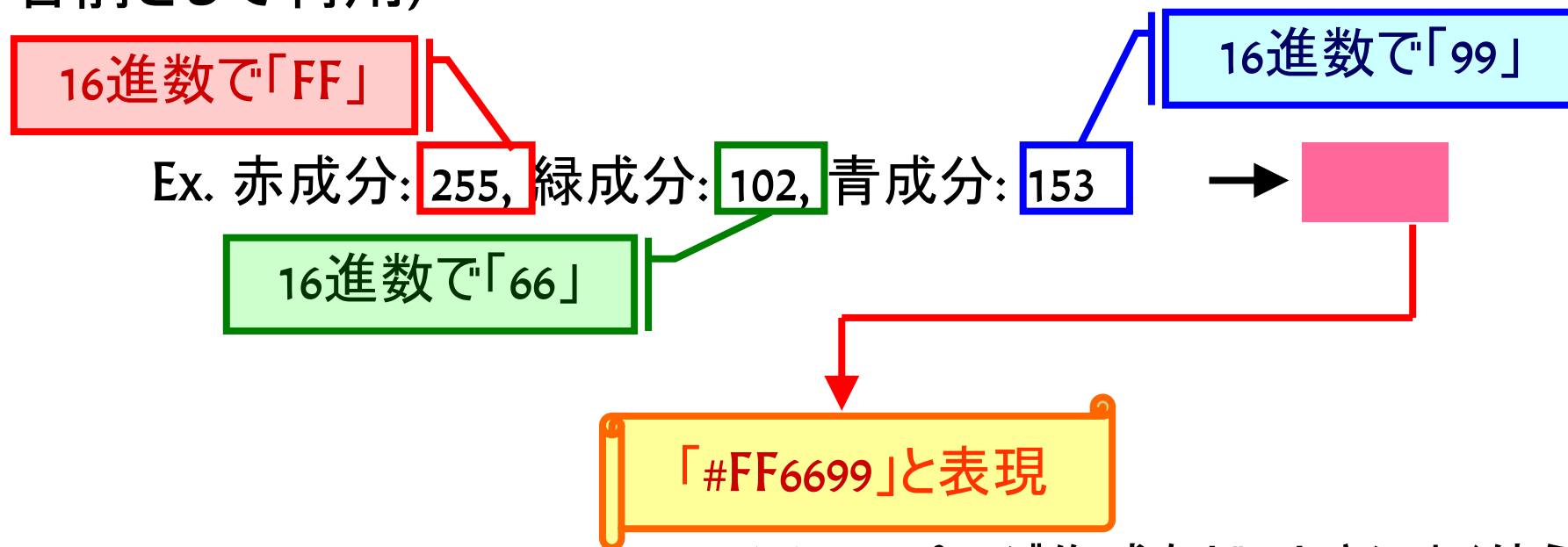


0～255を16進数で表すと0～FFで、ちょうど2桁で表せる

※色のほかに、文字も16進数で表すことが多い
(半角英数: 16進数2桁, 全角: 16進数4桁)

16進数がよく使われる例

- 色の表現: 赤・緑・青の256段階の濃淡で表現
 - それぞれの濃淡の度合いを0～255の数値で表現
 - 濃淡の度合いの数値を16進数で表現
 - 16進数の数値を赤・緑・青の順に並べ、先頭に「#」をつけて色を表現 (色の名前として利用)



※Webページ作成などのときによく使う

10進数を16進数に変換

● 16進数を求める計算方法

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 10\text{進数の数}} \\ 16 \overline{) \quad \quad \quad \text{商1} \cdots \text{余り1}} \\ 16 \overline{) \quad \quad \quad \text{商2} \cdots \text{余り2}} \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ 16 \overline{) \quad \quad \cdot} \\ \quad \quad \quad \text{商n} \cdots \text{余りn} \end{array}$$

1. 10進数の数を16で割って商1と余り1を計算する
2. 商1を16で割って商2と余り2を計算する
3. 商2を16で割って商3と余り3を計算する
4.

商が0になるまで繰り返す
小数の計算はしない

➡ 余りを余りnから余り1の順に左から並べたものが16進数
(ただし10～15の余りは、A～Fに置き換えること)

10進数を16進数に変換(例)

10進数の255を16進数に変換

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 255} \\ 16 \overline{) 15} \cdots \text{余り: } 15 \\ \underline{ 0} \cdots \text{余り: } 15 \end{array}$$



$$(15)_{10} = (F)_{16}$$



$$(255)_{10} = (FF)_{16}$$

10進数の2000を16進数に変換

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 2000} \\ 16 \overline{) 125} \cdots \text{余り: } 0 \\ 16 \overline{) 7} \cdots \text{余り: } 13 \\ \underline{ 0} \cdots \text{余り: } 7 \end{array}$$



$$(13)_{10} = (D)_{16}$$



$$(2000)_{10} = (7D0)_{16}$$

→ の方向に余りを並べる

16進数を10進数に変換

● 16進数→10進数の変換

1. アルファベットを10進数の数になおす
2. 2進数の各桁の上にそれぞれ「16」を書く
3. 1. で書いた「16」の右肩に、右から0, 1, 2, ...と書いていく
4. 16^0 , 16^1 , 16^2 , ...ができていく

1. 7D0 → 7 13 0



2. 16 16 16
7 13 0



右から左に、0, 1, 2, ...と番号をつける

3. 16² 16¹ 16⁰
7 13 0

16進数を10進数に変換

● 16進数→10進数の変換

5. 各桁の上の「 16^n 」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
6. 2. の結果を足し合わせる

3.

16^2	16^1	16^0
7	13	0



4.

16^2	16^1	16^0
×	×	×
7	13	0
7×16^2	13×16^1	0

5.

7×16^2	13×16^1	0
足し合わせる		
$7 \times 16^2 + 13 \times 16^1 + 0 = 2000$		



8進数



8進数

- 16進数ほどではないが、知っておくべき数の表現方法
 - 情報処理技術者試験などには出ることも

10進数を8進数に変換

● 8進数を求める計算方法

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 10\text{進数の数}} \\ 8 \overline{) \quad \quad \quad \text{商1} \cdots \text{余り1}} \\ 8 \overline{) \quad \quad \quad \text{商2} \cdots \text{余り2}} \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ \quad \cdot \\ 8 \overline{) \quad \quad \quad \cdot} \\ \quad \quad \quad \text{商n} \cdots \text{余りn} \end{array}$$

1. 10進数の数を16で割って商1と余り1を計算する
2. 商1を16で割って商2と余り2を計算する
3. 商2を16で割って商3と余り3を計算する
4.

商が0になるまで繰り返す
小数の計算はしない

➡ 余りを余りnから余り1の順に左から並べたものが8進数

※10進数→X進数の計算は、割る数がXになるだけで、やり方はどのX進数でも同じ

10進数を8進数に変換(例)

10進数の255を8進数に変換

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 255} \\ 8 \overline{) 31} \cdots \text{余り: } 7 \\ 8 \overline{) 3} \cdots \text{余り: } 7 \\ 0 \cdots \text{余り: } 3 \end{array}$$



$$(255)_{10} = (377)_8$$

10進数の2000を8進数に変換

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 2000} \\ 8 \overline{) 250} \cdots \text{余り: } 0 \\ 8 \overline{) 31} \cdots \text{余り: } 2 \\ 8 \overline{) 3} \cdots \text{余り: } 7 \\ 0 \cdots \text{余り: } 3 \end{array}$$



$$(2000)_{10} = (3720)_8$$

→ の方向に余りを並べる

8進数を10進数に変換

● 8進数→10進数の変換

1. 8進数の各桁の上にそれぞれ「8」を書く
2. 1. で書いた「8」の右肩に、右から0, 1, 2, ...と書いていく
 - $8^0, 8^1, 8^2, \dots$ ができていく

1.

8	8	8	8
3	7	2	0



2.

右から左に、0, 1, 2, ...と番号をつける

³ 8	² 8	¹ 8	⁰ 8
3	7	2	0

8進数を10進数に変換

● 8進数→10進数の変換

3. 各桁の上の「 8^n 」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
4. 2. の結果を足し合わせる

2.

8^3	8^2	8^1	8^0
3	7	2	0

3.

8^3	8^2	8^1	8^0
×	×	×	×
3	7	2	0
3×8^3	7×8^2	2×8^1	0

4.

3×8^3	7×8^2	2×8^1	0
足し合わせる			
$3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 0 = 2000$			

※X進数→10進数の計算は、累乗する数がXになるだけで、やり方はどのX進数でも同じ



やってみよう!

- 10進数の「200」を8進数に
 - 10進数の「1000」を8進数に
 - 10進数の「555」を8進数に
 - 8進数の「100」を10進数に
 - 8進数の「2734」を10進数に
 - 8進数の「55」を16進数に
- (2009年度ITパスポート秋季試験問題)



負数の表現方法

負の数の表現[1](p. 9)

- コンピュータでの計算は、全て足し算
 - コンピュータでの計算は、電気回路で実行
 - 電気回路: 電気が通る線を組み合わせて、様々な処理をするためのもの(コンピュータを構成する最も基本的な部品)
 - 足し算, 引き算, かけ算, 割り算をするには、それぞれのために専用の回路が必要
 - 足し算専用回路, 引き算専用回路, かけ算専用回路, 割り算専用回路
- 経済的に良くない



足し算専用回路(加算器)を
組み合わせて他の計算をカバー

負の数の表現[2](p. 9)

- 足し算の組み合わせで他の計算も行う
 - 引き算: 「 $a-b$ 」を、「 $a+(-b)$ 」(b を負数と考える)
 - かけ算: 足し算の繰り返しとして計算
 - 割り算: 引き算の繰り返しとして計算

コンピュータでも負数を扱う

- 方法1: 真数表現
- 方法2: 2の補数表現

真数表現(p. 9)

- 数を表す2進数に符号(+ or -)を表す1ビットを付加
 - 数の先頭のビットで符号を表す
 - 0が「+」、1が「-」を表す

「符号ビット」と呼ぶ

10進数	2進数
-3	1 0 1 1
-2	1 0 1 0
-1	1 0 0 1
-0	1 0 0 0
+0	0 0 0 0
+1	0 0 0 1
+2	0 0 1 0
+3	0 0 1 1

符号ビット

数を表す部分

0が「+0」と「-0」の
2種類できてしまう

具合が悪いので
真数表現はあまり使われない

2の補数表現[1](p. 9)

- 負の数Nを、正の数N(2進数)の0と1を反転させて1を加えた数で表現する方法
 - 0と正の整数(自然数)は、そのまま表現(この計算はしない)

Ex.

$(-10)_{10}$

「10」を2進数にして「-」をつけたもの

$= (-01010)_2$

$\rightarrow (10101 + 1)_2 = (10110)_2$

「-01010」の「-」をとって「1」と「0」を逆にしたもの

$(-10)_{10}$ の2進数
(2の補数表現)

2の補数表現[2](p. 9)

- 2の補数 = 負の数を2進数で表現したもの(コンピュータの世界では)
- 計算方法(例: -20を10桁の2進数に直す)
 1. 2の補数に直したい10進数のマイナスを取り除く
 - $(-20)_{10} \rightarrow (20)_{10}$
 2. 1. の結果を2進数に直す
 - $(20)_{10} = (0000010100)_2$
 3. 2. の結果の0と1を逆にする(0の桁を1、1の桁を0にする)

0 0 0 0 0 1 0 1 0 0



1 1 1 1 1 0 1 0 1 1

2の補数表現[2](p. 9)

- 2の補数 = 負の数を2進数で表現したもの(コンピュータの世界では)
 - 計算方法(例: -20を10桁の2進数に直す)
4. 3. の結果に1を足し算する

$$\begin{array}{r} 1111101011 \\ +) \quad \quad \quad 1 \\ \hline 1111101100 \end{array}$$

-20を2進数に直した結果
(2の補数 = 2進数での負の数の表現)

2進数での負の数の表現では、
「-」の記号はつけない

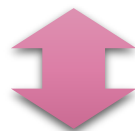
2の補数表現の利点(p. 10)

- 引き算(符号付きの足し算)をそのまま足し算として処理できる
(自然数と同様に処理できる)

Ex.

$$(10 + 3)_{10} = (01010 + 00011)_2 = (01101)_2$$

$$(-6 + 3)_{10} = (11010 + 00011)_2 = (11101)_2$$



真数表現: 符号付きの足し算を処理するには、別の回路が必要
(単純に足すことはできない)

2の補数を10進数に変換[1]

- 2の補数から1を引き、0と1を反転させて10進数になおして「-」をつける
 - 負の数を2の補数に変換するときの逆
 - この計算は、負の数だけ

Ex.

$(110110)_2$

2の補数から1を
引いたもの

$$\rightarrow (110110 - 1)_2 = (110101)_2$$

$$\rightarrow (-001010)_2$$

「110101」の0と1を逆
にしたもの

$(110110)_2$ (2の
補数)の10進数

$$= (-10)_{10}$$

2の補数を10進数に変換[2]

- 計算方法(例: 1111101100を10進数に直す)

1. 2の補数から1を引き算する

$$\begin{array}{r} 1111101100 \\ -) \quad \quad \quad 1 \\ \hline 1111101011 \end{array}$$

2. 1. の結果の0と1を逆にする(0の桁を1、1の桁を0にする)

1111101011
↓
0000010100

※2の補数→10進数の方法は、10進数→2の補数の逆

2の補数を10進数に変換[2]

- 計算方法(例: 1111101100を10進数に直す)

1. 2. の結果を10進数に直す

- $(0000010100)_2 = (20)_{10}$

2. 3. の結果に-(マイナス)をつける

- $(20)_{10} \rightarrow (-20)_{10}$

1111101100を
10進数に直した数

※2の補数→10進数の方法は、10進数→2の補数の逆

2進数の引き算[1]

- 10進数の引き算だと...
 - ある桁の引かれる数が引く数より小さければ、1つ大きな桁から10を借りる
 - 10を借りる: 貸した桁から1を引き、借りた桁に10を足す

10を借りる

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0100 \\ - 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0910 \\ - 1 \\ \hline 099 \end{array}$$

引き算の答え: 99

2進数の引き算[2]

- 2進数の引き算だと...

- ある桁の引かれる数が引く数より小さければ、1つ大きな桁から $(10)_2$ (10進数で2)を借りる

- 2を借りる: 貸した桁から1を引き、借りた桁に2を足す

2(2進数で10)を借りる

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 0 \\ -) 0\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$



2(2進数で10)を借りる

$$\begin{array}{r} 0\ 2\ 0 \\ -) 0\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 2 \\ -) 0\ 0\ 1 \\ \hline 0\ 1\ 1 \end{array}$$



引き算の答え: 011

※コンピュータ的には引き算はしないので、人間が2の補数→10進数の計算をするための引き算



やってみよう!

- -25を2の補数10桁で表現
- -32を2の補数10桁で表現
- 2の補数10000を10進数で表現
- 2の補数1011000を10進数で表現

正の数と負の数の見分け方[1]

- 大前提: 数を表す2進数の桁数は決まっている
 - 普通のコンピュータで32桁(or 64桁)

ということは...例えば $(10)_{10}$ は、コンピュータ的には...

0000....00001010

28個の「0」

と考えている

※授業のスライド中では32桁分も書けないので、そのときどきで適当なところで割愛

正の数と負の数の見分け方[2]

- 負の数(2の補数)の計算方法: 負の数Nを、正の数N(2進数)の0と1を反転させて1を加える

コンピュータ的には32桁で数を表すので...

$$(-10)_{10} \rightarrow (10)_{10}$$

$$= (0000\dots00001010)_2$$

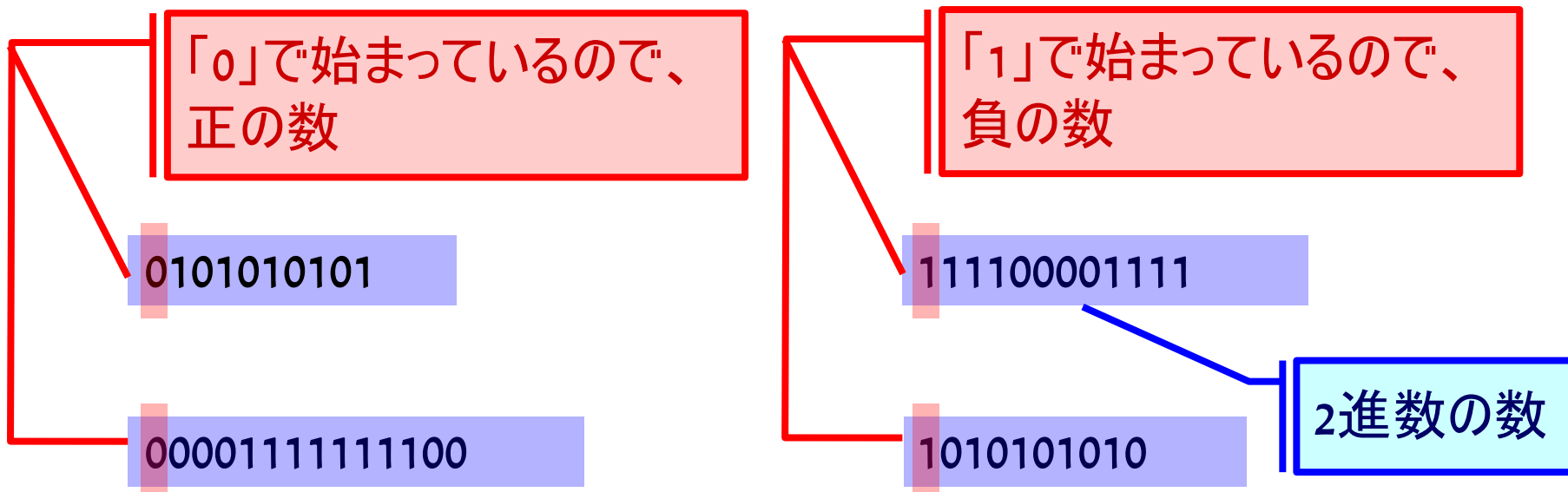
$$\rightarrow (1111\dots11110101 + 1)_2 = (1111\dots11110110)_2$$

28個の「0」も全て「1」に反転
される

- ➡ 負の数は結果的に一番大きな桁(一番左の桁)が「1」になる
- ➡ 一番大きな桁(一番左の桁)が「0」であれば正の数、「1」であれば負の数として扱う

正の数と負の数の見分け方[3]

- 2進数を見たときに...(2の補数を考える場合)
 - 「2の補数を考える」という場合は、先頭の桁を見て、正の数か負の数を判断
 - 「2の補数を考える」と書かれていない場合は、負の数を考えなくてOK



正の数と負の数の見分け方[3]

- 2進数で表された数は、一番大きな桁(一番左の桁)が「0」であれば正の数、「1」であれば負の数
- 10進数で表された数は、普通に正の数、負の数として計算
 - 正の数であれば、割り算だけで2進数に変換
 - Ex. 「+5」と書かれていれば、割り算だけで2進数に変換
 - 負の数であれば、2の補数の方法で2進数に変換
 - Ex. 「-5」と書かれていれば、2の補数の方法で2進数に変換
- ただし、足し算や引き算をした結果を、2の補数を含めて計算すること
 - 計算の結果、一番大きな桁が「0」であれば正の数
 - 計算の結果、一番大きな桁が「1」であれば負の数

桁あふれ(オーバーフロー)(p. 11)

- 2の補数に関係した桁あふれ(オーバーフロー)が起こりうる

Ex. 2進数5桁の計算(10進数で $14+5$ の計算)

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ +) 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \end{array}$$

1 0 0 1 1

↑ 先頭の桁が1になってしまった

➡ 先頭の桁が1の場合は、2進数で負の数として扱う

1 0 0 1 1

↑ 負の数を表す

➡ 計算結果: $(-13)_{10}$ (負の数)

2の補数に関係した
桁あふれ(オーバーフロー)

桁あふれ[まとめ][1]

- 桁あふれの分類(その1)

- 足し算等の何らかの計算の結果、コンピュータが扱うことのできる数の桁数の限界を超えてしまう場合

- Ex. 4桁の数「0110+0110+0110」の計算

→本来の計算結果は「10010」で5桁になってしまうので、5桁目が無視されてコンピュータが出す結果は「0010」

→コンピュータが出す結果と本来の結果が違うことになる現象

ある意味、コンピュータの性能の限界を超えてしまうということで、その結果として、本来の計算結果とは違う結果がでる現象

※人間やコンピュータがミスをした、という現象ではない

桁あふれ[まとめ][2]

- 桁あふれの分類(その2)

- 足し算等の何らかの計算の結果、数の正と負が違ってしまう場合

- Ex. 4桁の数「0110+0110」の計算

- 本来の計算結果は「1100」で、1桁目が1なので、コンピュータは計算結果を負の数(-4)として取り扱い

- 本来の計算結果は正の数(12)

- コンピュータが出す結果と本来の結果が違うことになる現象

本来の計算結果は正(負)の数なのに、計算結果が
負(正)の数になってしまう現象

※人間やコンピュータがミスをした、という現象ではない

桁あふれ[まとめ][3]

- どのような数を計算に使っても、計算結果を見て...

1. 計算結果が決められた桁数を超えていれば、超えた分の桁の数を削除

桁数を超えた部分 = 削除
4桁の2進数の計算結果: $(100110)_2$ \rightarrow 計算結果: $(0110)_2$

2. 計算結果の先頭の桁が0か1かで、正か負を判断

- 正の数(先頭の桁が0)であれば、普通に10進数に直す
- 負の数(先頭の桁が1)であれば、2の補数の方法で10進数に直す

正の数と判断
4桁の2進数の計算結果: $(0101)_2$ \rightarrow 計算結果: $(5)_{10}$

負の数と判断
4桁の2進数の計算結果: $(1010)_2$ \rightarrow 計算結果: $(-6)_{10}$



やってみよう!

- $(+10) + (+8)$ を5桁の2の補数として計算し、10進数として表現
- $(-10) + (+8)$ を5桁の2の補数として計算し、10進数として表現

} 桁あふれも考慮すること



小数の表現方法

整数以外の数を表現するには?

- コンピュータが表現できる数: 整数, 小数
- 整数以外の数

- 小数
- 分数
- n 乗根(平方根, 立方根, etc)
- π (円周率)
- etc.

全て小数として表現

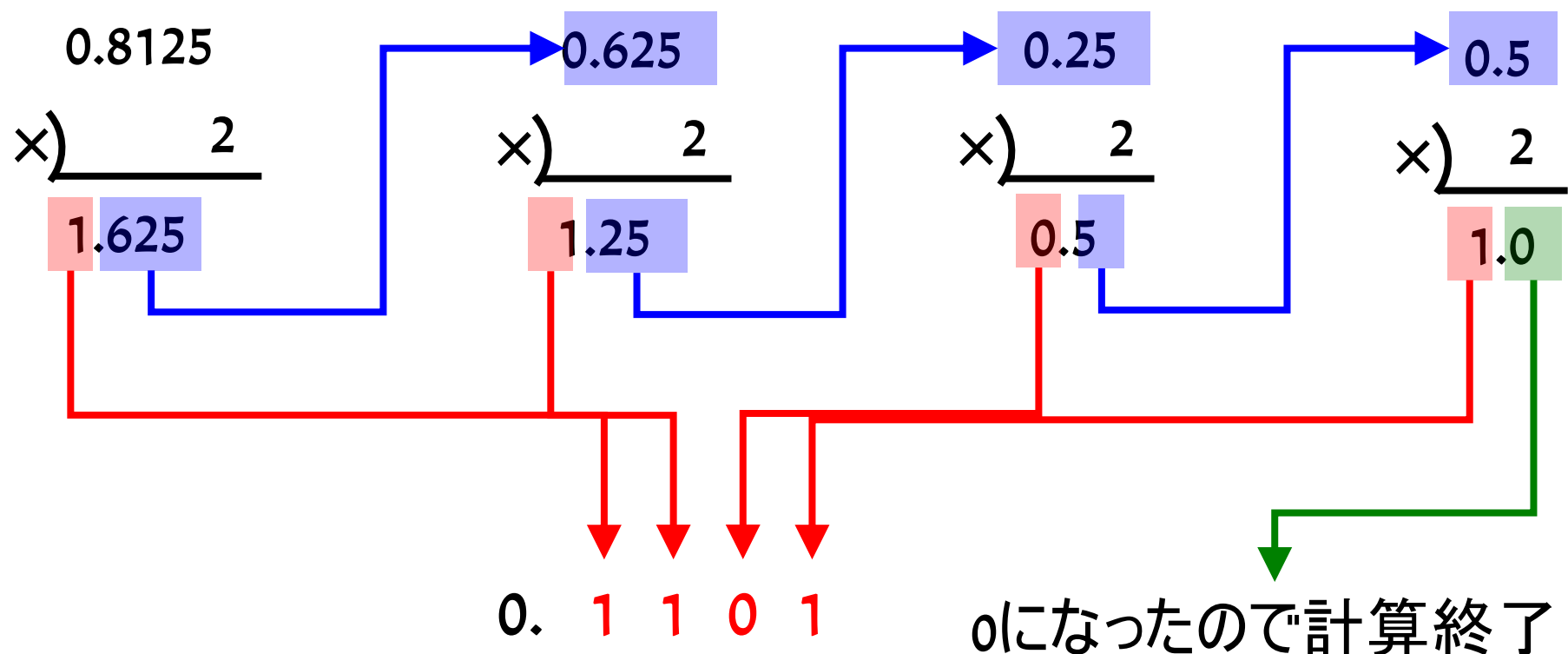
2進数の小数を10進数に直す[1]

1. 10進数の整数部分は、通常の方法で2進数に直す
2. 10進数の小数部分に2をかけ算する
3. 2. の結果、整数部分を小数点第1桁にする
4. 3. の結果、小数部分をまた10進数の数とする
 - 小数部分が0になるまで繰り返す
 - ✓ 無限小数になることも(10進数できりのいい数も2進数では無限小数になりえる)
 - 2. の整数部分を小数点第2桁、第3桁、...と置いていく
 - 1. の整数部分と2. の整数部分を並べたものが2進数での小数になる

2進数の小数を10進数に直す[2]

- 10進数の小数を2進数に直すには?(例1)

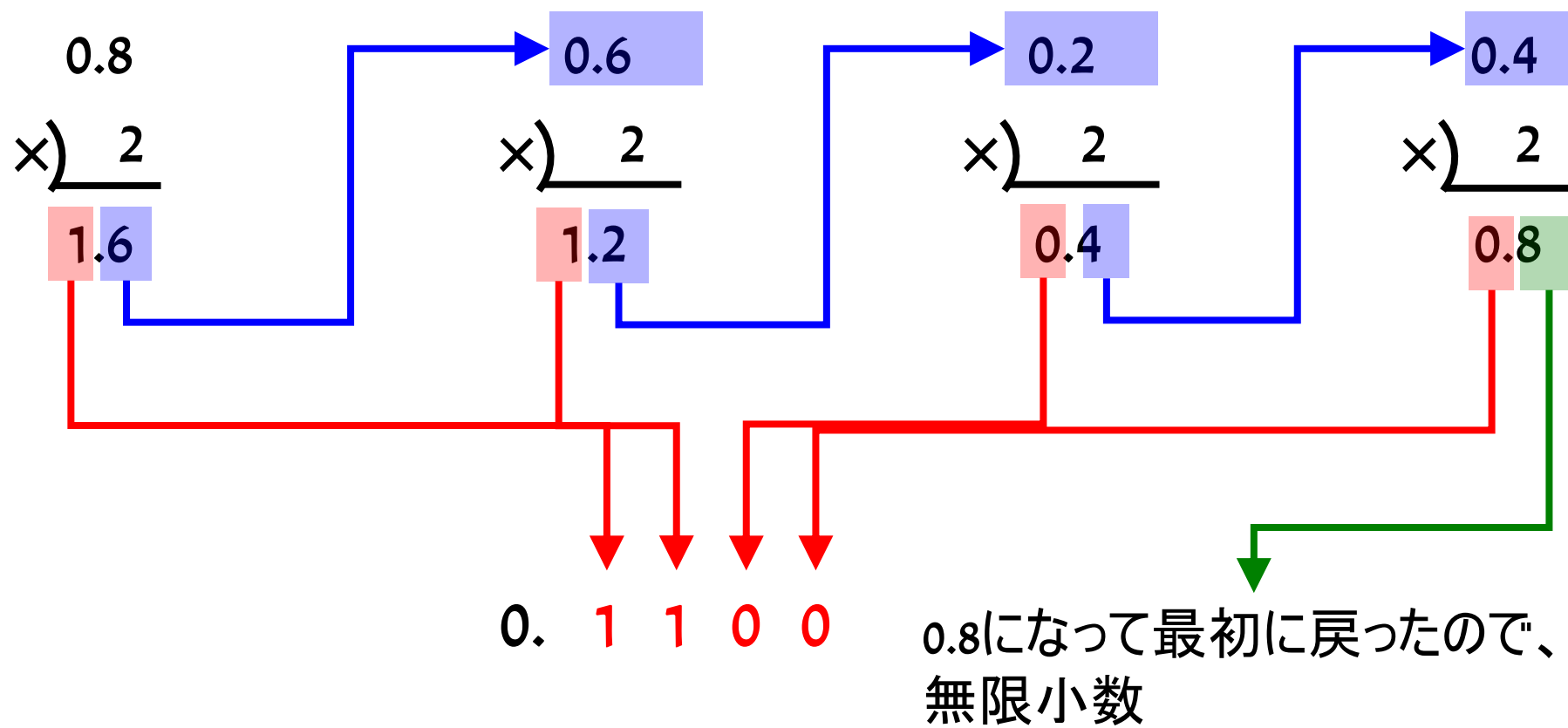
- 10進数の0.8125を2進数に直す



$$(0.8125)_{10} = (0.1101)_2$$

2進数の小数を10進数に直す[3]

- 10進数の小数部分を2進数に直すには?(例2)
 - 10進数の3.8を2進数に直す(整数部分の3は2進数で11)



$$(3.8)_{10} = (11.110011001100....)_2$$

10進数の小数を2進数に直す[1]

- 例: 101.1101 (整数部分101は10進数で5)
 1. 2進数の整数部分は、通常の方法で10進数に直す
 2. 10進数の小数部分各桁の上に「1/2」を書く
 3. 2. で書いた「1/2」の「2」の右肩に左から1, 2, 3, ...と書いていく
 - $1/2^0$, $1/2^1$, $1/2^2$, ...ができていく

2.

		1	1	1	1
		2	2	2	2
0	.	1	1	0	1



3.

左から右に、1, 2, 3, ...と
番号をつける

		1	1	1	1
		2 ¹	2 ²	2 ³	2 ⁴
0	.	1	1	0	1

10進数の小数を2進数に直す[2]

4. 各桁の上の「 $1/2^n$ 」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
5. 4. の結果を足し合わせ、1. の整数部分とあわせる

3.

$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	
0	1	1	0	1



4.

$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{2^4}$	
×	×	×	×	
0	1	1	0	1
$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	0	$\frac{1}{2^4}$	



5.

$\frac{1}{2^1}$	$\frac{1}{2^2}$	0	$\frac{1}{2^4}$
-----------------	-----------------	---	-----------------

足し合わせる
||
 $0.5 + 0.25 + 0.0625 = 0.8125$

1. の整数部分とあわせる

5.8125



小数の表現方式



小数を表現する方法(p. 10)

- 固定小数点方式
- 浮動小数点方式

固定小数点方式[1](p. 10)

- 小数部分の桁数をあらかじめ決めておく方法

Ex. 2進数で表現した数の右から2ビットを小数部分とする場合

10進数の小数	2進数の小数	
0.00	00	00
0.25	00	01
0.50	00	10
0.75	00	11
1.00	10	00
1.25	10	01
1.50	10	10
...	...	
3.75	11	11



小数部分は $1/2^2$ 刻み(0.25刻み)で表現

固定小数点方式[2](p. 10)

- 小数部分の桁数が n の場合: 2進数では、小数部分が $1/2^n$ 刻みで表現



n を大きくすると、それだけ小数部分を細かく表現可能

※ただし、実際コンピュータは小数も2進数で考えているが、人間が考えるときの便宜上、10進数で考えることが多い

固定小数点方式[3](p. 10)

- 小数を表す桁数が決まっていると...

Ex. 右から2桁を小数部分とすると...

$$(2 \div 1000)_{10} = (0.002)_{10} \rightarrow (0.00)_{10}$$

小数を正確に表現できない

何桁分の小数部分を持っているかは数値によって異なる
=固定小数点方式で小数を表せる場合は少ない



浮動小数点方式

浮動小数点方式[1](p. 10)

- 小数: $D \times 10^n$ と表現できる

Ex. $0.5 = 5 \times 10^{-1}$

$$-0.0625 = -6.25 \times 10^{-2}$$

$$0.0000000084 = 8.4 \times 10^{-9}$$

どの数でも「 $\times 10^n$ 」の「10」の部分は同じ



小数を「 $D \times 10^n$ 」の形と考え、「D」と「n」だけ記憶しておく

浮動小数点方式[2](p. 10)

- 浮動小数点方式:
小数を「 $D \times 10^n$ 」と考え、「 D 」と「 n 」を記憶することで小数を表す方式

Ex.

$D = 6.25, n = -3$ の場合: 0.00625

$D = 6.25, n = -2$ の場合: 0.0625

$D = 6.25, n = -1$ の場合: 0.625

$D = 6.25, n = 0$ の場合: 6.25

n の数値が何かで、小数点が
仮数の中を動くように見えるから
「浮動小数点」と名づけられた

D : 仮数部
 n : 指数部
と呼ぶ

浮動小数点方式[3](p. 10)

- 仮数部
 - 符号は「0」が「+」、「1」が「-」
 - 固定小数点方式
- 指数部
 - 符号は「0」が「+」、「1」が「-」(ただし、2の補数表現とは別の特殊な形で表現される)

浮動小数点方式[4](p. 10)

- コンピュータでは、指数部は2の累乗
→ 小数を「 $D \times 2^n$ 」として考え、「D」と「n」を記憶

Ex.

$$0.5 = 1.0 \times (1/2) = 1.0 \times 2^{-1}$$

$$-0.0625 = -1.0 \times (1/16) = 1.0 \times 2^{-4}$$

大きな数の表現(p. 10)

- 浮動小数点方式を利用して表現

Ex.

$$2000000000000 = 2 \times 10^{12}$$

$$-4250000000000000000 = -4.25 \times 10^{17}$$

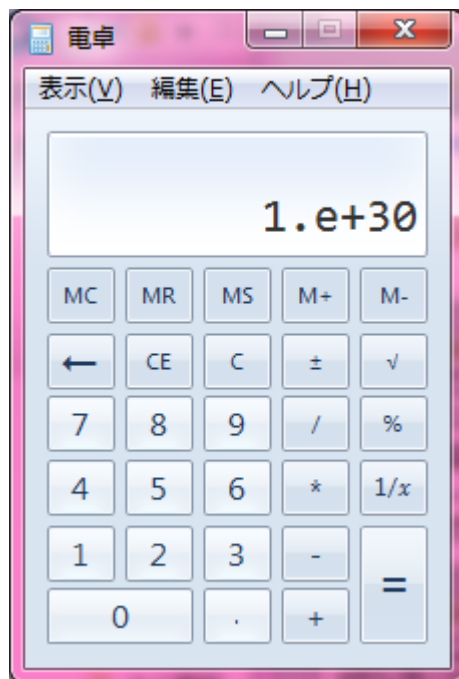
指数部が「+」の数になる



コンピュータは「2」と「+12」, 「-4.25」と「+17」を記憶しておく
(実際には、「 $\times 10^n$ 」ではなく「 $\times 2^n$ 」で表現)

大きな数の表現[例](p. 10)

- Windowsの電卓のあるモード(オーバフローをなかなかしないモード)で...



$$\text{Ex. } 10000000000000000 \times 10000000000000000 \\ = 1.e+30$$

1.0×10^{30} という意味
(浮動小数点方式での表現)

※オーバフローしにくいモードは、大きな数を浮動小数点方式で表現する
= それだけたくさんの桁がある数を表現できるので、オーバフローしにくい

桁落ち(1)

- 小数部分が無限のものを扱えるわけではない

- 例えば割り算で割り切れない数や円周率

➡ 小数部分を適当なところで切り捨てる
(四捨五入ではない)

例えば... $1 \div 3$:

コンピュータは「0.3333...333」と考える

本来はこの後も無限に続く

コンピュータが扱える小数の桁数:
「有効桁数」と呼ぶ

桁落ち(2)

- 小数部分が無限のものは適当なところまでで切り捨てられる

本来の数よりも、小数の桁数が小さくなってしまう現象



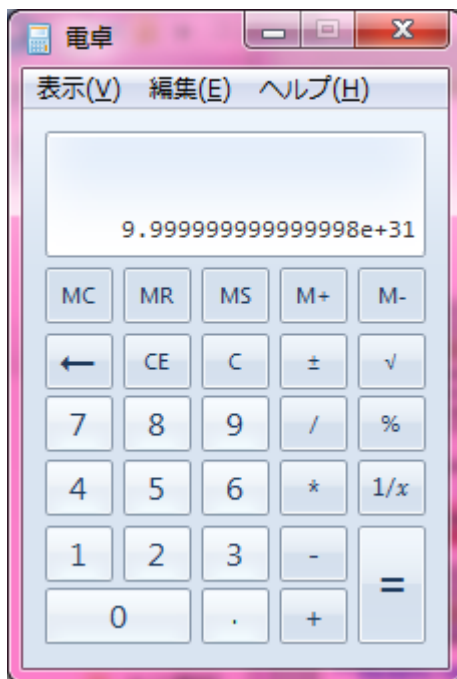
桁落ち

桁落ちの例

- Windowsの電卓のあるモード(オーバフローをなかなかしないモード)で...

Ex. 電卓での計算: $9999999999999999 \times 9999999999999999$

$$= 9.999999999999998e+31 = 9.9999999999999998 \times 10^{31}$$



$$\begin{array}{r} 9999999999999999 \\ \times) 9999999999999999 \\ \hline \dots 91 \\ +) \dots 91 \\ \hline \dots 01 \end{array}$$

つまり本当の計算では...

$$9999999999999999 \times 9999999999999999$$

$$= X.XXXX\dots 01$$

桁落ち

桁落ちが起こると...

- 数が本来の数よりも小さくなってしまう
 - 微妙な数値が必要な場合には要注意
- 桁落ちをした数に大きな数をかけると、本来の数に大きな数をかけたときとの差が大きくなる

例えば... $1 \div 3$ の結果が桁落ちし、0.333になったとすると

- 0.333に100000をかけると33300
- 本来の $1/3$ に100000をかけると、桁落ちしても33333.333



- コンピュータで計算をするときは、計算の順番に注意
(割り算はなるべく後にすること)
- 例えば「 $1 \div 3 \times 100000$ 」の計算は、「 1×100000 」をしてから3で割る

やってみよう! [1]

- 2進数1.101を10進数に変換
(2010年度ITパスポート春季試験問題)
 - 2進数に変換した時、有限小数で表現できる10進数は、以下のうちどれか
 - 0.1
 - 0.2
 - 0.4
 - 0.5
- (2012年度ITパスポート秋季試験問題)

やってみよう! [2]

- 0.0000055を浮動小数点方式で表現
- 0.000000001234を浮動小数点方式で表現
- 4560000000000000を浮動小数点方式で表現
※3つとも仮数部は小数点第2位的小数とすること
- $(10 \div 7) \times 10000$ を計算
 - 小数点第2位までが有効桁数
 - 桁落ちを考えて計算すること
- $10 \div 7 \times 10000$ を計算
 - 小数点第2位までが有効桁数
 - 桁落ちの影響がなるべく少ないように計算すること