コンピュータ・サイエンス1

第5回
コンピュータでの情報の扱い(2)

人間科学科コミュニケーション専攻
白銀 純子

第5回の内容

- コンピュータでの情報の扱い方(2)

コンピュータでの情報の扱い方

コンピュータの基本構成

- コンピュータは電気回路で構成
  - 電気回路: 電気が通ることで動作する様々な部品(電気素子)を電気を通す線で結んだもの
  - CPUなど、ほとんどの部品は電気回路で構成
- コンピュータは、電気回路に電気が通ることで様々な命令を処理
  - ある瞬間に、電気回路中のどの線に電気が通ったか・通らなかったかで全ての物事を処理
    - 回路中にたくさんスイッチがあり、ある瞬間でどのスイッチがONでどのスイッチがOFFになっていたか、のようなイメージ
  - 人間がコンピュータの動作を考えるとき、電気が通った線を1、通らなかった線を0のように数で表現

コンピュータでの情報の扱い方[1](p. 2)

- コンピュータが扱える情報は「0」と「1」のみ
  - ある瞬間で電気が通らなかった線と通った線を0と1として扱って考える
- 大量の「0」と「1」を組み合わせて情報を表現
  - Ex. 1文字1文字は、0と1の並びで表現
  - それぞれの物事は、決まった個数の0と1で表現
    - 半角英数文字: 8個
    - 全角文字: 16個
    - etc.

コンピュータでの情報の扱い方[2](p. 2)

- 数値は0と1の並びで表現
  - 数値を表す0と1の個数は、扱い方によっていくつか種類が存在

例えば…
「50」: 110010
「100」: 1100100

コンピュータでの情報の扱い方[3](p. 2)

- 1文字1文字は0と1の並びで表現

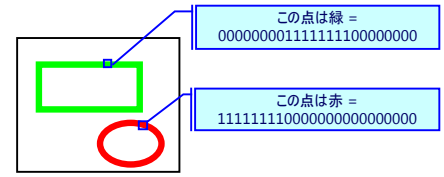
例えば…

アルファベットの「N」: 01001110
8個の0と1

日本語の「ん」: 1010010011110011
16個の0と1

コンピュータでの情報の扱い方[4](p. 2)

- 画像は、コンピュータにとっては点の集まり
  - 1つ1つの点が何色かで絵を表現



コンピュータでの情報の扱い方[5](p. 2)

- コンピュータの利用以前: フィルムやテープ
  - 情報をそのままの形で記録
  - 情報の種類ごとに別個の機器や記録媒体が必要
    - 動画: 映画フィルムやビデオテープ
    - 音声: レコードや録音テープ
- コンピュータ
  - 様々な情報を「0」と「1」の形(ビット)に加工して記録
    - 数, 文字, 画像, 音声, etc.は、全てそれぞれの方法で0と1の並びに変えてから記録
    - 情報をどのように加工・保存・伝送することも簡単に可能
      - 同じコンピュータで、様々な情報を扱えるようになった
      - 個別の機器ごとではできなかった、多様できめ細かな処理が可能になった

ビット[4](p. 4)

- ビット: 情報を表現する1つ1つの「0」と「1」
  - コンピュータでの情報量の基本単位
  - 情報を表現する「0」と「1」の個数
- ビット列: 情報を表現する1つ1つの「0」と「1」の並び

例えば…

「50」: 110010 → 6 ビット
「100」: 1100100 → 7 ビット
アルファベットの「N」: 01001110 → 8 ビット
日本語の「ん」: 1010010011110011 → 16 ビット

2進数[1](p. 4)

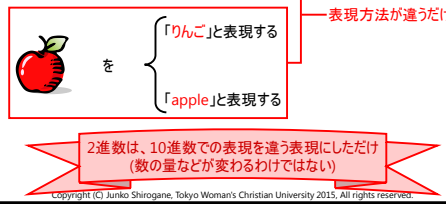
- n進数: 数をn個の文字で表す方法
  - 10進数: 数を10個の文字で表す方法(普段使っている数の表現方法)
    - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の10個の文字
  - 2進数: 数を2個の文字で表す方法
    - 0, 1の2個の文字

コンピュータ: 「0」と「1」で全ての情報を表現
→「2進数で情報を表現している」、と言える

2進数[2](p. 4)

- 2進数
  - 「0」と「1」だけで全ての数を表現

10進数の「50」 = 2進数で「110010」



2進数は、10進数での表現を違う表現にしただけ
(数の量などが変わるわけではない)

2進数[3](p. 4)

- 2進数
  - 「0」と「1」だけで全ての数を表現
  - 「2」で繰り上がる、という考え方
    - 10進数: 10で繰り上がる

10進数	2進数
0	00
1	01
2	10
3	11

10進数	2進数
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

繰り上がり

2進数[4](p. 4)

- n進数を区別して数を表記する場合: $(数)_n$と表記
  - 10進数: $(数)_{10}$
  - 2進数: $(数)_2$

$(100)_{10}$: 10進数の百

$(100)_2$: 2進数の100(10進数で4)

10進数を2進数に変換

- 10進数の数は、2進数の表現に直すことができる

1. 10進数の数を2で割って商1と余り1を計算する
2. 商1を2で割って商2と余り2を計算する
3. 商2を2で割って商3と余り3を計算する
4. .....

2)10進数の数
2)　商1・・・余り1
2)　商2・・・余り2
　・
　・
　・
2)　商n-1・・・余りn-1
　　商n・・・余りn

商が0になるまで繰り返す
※小数の計算はしない

余りを余りnから余り1の順に左から並べたものが2進数

10進数を2進数に変換(例)

10進数の13を2進数に変換

2)13
2)　6・・・余り: 1
2)　3・・・余り: 0
2)　1・・・余り: 1
　　0・・・余り: 1

$(13)_{10} = (1101)_2$

10進数の50を2進数に変換

2)50
2)　25・・・余り: 0
2)　12・・・余り: 1
2)　6・・・余り: 0
2)　3・・・余り: 0
2)　1・・・余り: 1
　　0・・・余り: 1

$(50)_{10} = (110010)_2$

※矢印の方向に余りを並べる

2進数の桁数

- 10進数: 普通、「2」や「200」などの数を「02」や「00200」とは表現しない
- 2進数: 「xx桁の2進数」は、2進数の桁数が「xx」に足りなければ、2進数の前に「0」をつけて表す
  - Ex. 10進数の「2」を6桁の2進数で表せ → 000010

2進数を10進数に変換

- 単純に…
  1. 2進数の各桁の上にそれぞれ「2」を書く
  2. 1. で書いた「2」の右肩に、右から0, 1, 2, ...と書いていく
     - 2^0, 2^1, 2^2, ...ができていく

右から左に、0, 1, 2, ...と番号をつける

1. 2 2 2 2 2 2
   1 1 1 0 1 0

2. 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0
   1 1 1 0 1 0

※2^n: 2をn回かけ算する
  - Ex. 2^3: 2×2×2 = 8

2進数を10進数に変換

- 単純に…
  3. 各桁の上の「2^n」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
  4. 2. の結果を足し合わせる

2.

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	1	0	1	0

3.

2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
×	×	×	×	×	×
1	1	1	0	1	0

= $2^5\ 2^4\ 2^3\ 0\ 2^1\ 0$

4. $2^5\ 2^4\ 2^3\ 0\ 2^1\ 0$

足し合わせる

= $2^5 + 2^4 + 2^3 + 0 + 2^1 + 0 = 58$

2進数を10進数に変換[4]

- 2^0〜2^{10}の数は覚えておくと便利

2のべき乗	10進数	2進数
2^0	1	1
2^1	2	10
2^2	4	100
2^3	8	1000
2^4	16	10000
2^5	32	100000
2^6	64	1000000
2^7	128	10000000
2^8	256	100000000
2^9	512	1000000000
2^{10}	1024	10000000000

2進数での足し算

足し算をする方法[1](p. 6)

- 10進数での1桁の足し算
  - たくさん(10×10=100)のパターンが存在
  - 1+1, 1+2, 1+3, … 2+1, 2+2, 2+3, … … 8+6(繰り上がり1), 8+7(繰り上がり1), … …
- 2進数での1桁の足し算
  - 4通り
  - 足した結果が2になると繰り上がり1(2進数では10進数の2を「10」と表すため)
  - 0+0, 0+1, 1+0, 1+1(繰り上がり1)

足し算をする方法[2](p. 6)

- 基本的な2進数の足し算の方法は10進数と同じ

0110(10進数で6)と0101(10進数で5)の足し算

```
  0 1 1 0          1          1
+ 0 1 0 1      + 0 1 1 0  + 0 1 1 0
  2 1 1        + 0 1 0 1  + 0 1 0 1
  =            = 0 1 1    = 1 0 1 1
  1 0(2進数で表記)
```

繰り上がり

この桁(3桁目)に残すもの

計算結果: 1011(10進数で11)

桁あふれ(オーバーフロー)[1]

- コンピュータでは数を表すビット数(2進数の桁数)は固定されている
  - 計算の結果、決まった桁数を超えると…?

Ex. 数を4ビット(4桁)で表す場合:
1110(10進数で14)と0101(10進数で5)の足し算

```
  1 1 1 0
+ 0 1 0 1
1 0 0 1 1
```

桁あふれ(オーバーフロー)[2]

Ex. 数を4ビット(4桁)で表す場合
1110(10進数で14)と0101(10進数で5)の足し算

```
  1 1 1 0
+) 0 1 0 1
-------
1 0 0 1 1
```

5ビット目(5桁目, 決められた桁数を越えてしまった部分)

➡ 決められた桁数を越えた部分は無視される(捨てられてしまう)

~~1~~ 0 0 1 1
無視される(捨てられる)

計算結果が決められた桁数を超えること:
桁あふれ(オーバーフロー)

➡ 計算結果: 0011(10進数で3)

桁あふれ(オーバーフロー)[3]

➡コンピュータの世界では、数を表現する2進数の桁数は常に固定
- ➡計算内容などによる変化はなし
- ➡通常は、32桁または64桁で数を表現
  - ➡授業のスライドは、そんなに長く書けないので、小さい桁数で表現

➡桁あふれ(オーバーフロー)が起こると...
本来の計算結果とコンピュータでの結果が違ってしまう
- ➡Ex. 4桁の2進数1110と1010の計算結果: 10011
  - ➡10011は5桁になってしまったので、0011という4桁で表現
    →本来の計算結果とは違う結果

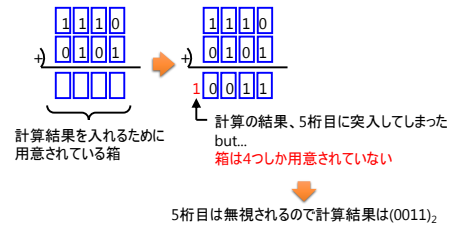
桁あふれ(オーバーフロー)の扱い[1]

➡コンピュータでは、2進数の各桁を、1つずつ箱に入れて扱っている、というイメージ
- ➡各桁を入れる箱の数に限りがある
  - ➡Ex. 数を4ビットで表す = 数を4桁で表す(2進数の各桁を入れる箱の数が4個)
- ➡どのような計算をしたとしても、箱の数は変更されない
  - ➡Ex. 数を4ビットで表すときに、$(1110 + 0101)_2$の計算結果も
    4ビットでしか表現できない(箱は4個しかない)

本来の計算結果(人間が自分の手で行った計算結果)とコンピュータが行った計算結果(Ex. 電卓などの計算結果)が違ってしまう現象

桁あふれ(オーバーフロー)の扱い[2]

➡2進数の各桁を入れる箱は、小さい桁(右の桁)の分から用意される



5桁目は無視されるので計算結果は$(0011)_2$

2進数の2^n倍と$1/2^n$

2進数 × 2^n

➡「2進数 × 2^n」の計算は簡単
- ➡2進数の一番右に、n個分「0」をつけるだけ
  - ➡2^nは2進数で表現すると、$(10)_2$をn回掛け算した数だから

Ex:
$(101101)_2 \times (8)_{10}$
$=(101101)_2 \times (2^3)_{10}$
$=(101101)_2 \times (1000)_2$
$=101101000$
もとの2進数の一番右に3個「0」がついているだけ

2進数×2^n

- かけ算する2進数を小数で表現したとき、小数以下に「0」が並んでいる
  - 2^nを2進数にかけると、小数以下に並んでいた「0」が出てきて、もとの数がn個分左にずれる、というイメージ

「左にnビットシフトする」と呼ぶ

Ex:
$(101101)_2 \times (8)_{10}$
$=(101101)_2 \times (2^3)_{10}$

101101000000000.....
1011010 00000000.....
10110100 0000000.....
101101000 000000.....

101101を左に3ビットシフトした数(小数点が移動しているだけ)

2進数÷2^n

- 「2進数÷2^n」の計算も簡単
  - 2進数の右からn桁分を小数部分にするだけ
  - 「2進数÷2^n」は2進数で表現すると、2進数を$(10)_2$でn回割り算した数だから

Ex:
$(111101)_2 \div (8)_{10}$
$=(111101)_2 \div (2^3)_{10}$
$=(111101)_2 \div (1000)_2$
$=111.101$

もとの2進数右から3桁分を小数部分にしただけ
(小数点が移動しているだけ)

2進数÷2^n

- 2^nで2進数を割ると、その2進数がn個分右にずれる、というイメージ

「右にnビットシフトする」と呼ぶ

Ex:
$(111101)_2 \div (8)_{10}$
$=(111101)_2 \div (2^3)_{10}$

111101
11110 .1
1111 .01
111 .101

111101を右に3ビットシフトした数

シフト算でもオーバーフロー

- オーバーフローが起こるのは…
  - 足し算
  - かけ算(左にシフトする計算)

かけ算の場合… Ex. 4ビットの数: $(1011)_2 \times (8)_{10}$
$(1011)_2 \times (8)_{10} = (1011)_2 \times (2^3)_{10}$
$= (1011)_2 \times (1000)_2$
$= (1011000)_2$

7ビット(7桁)になってしまった
but… 各桁を入れる箱は、小さい桁から4桁分

大きい桁(左の桁)から3桁分が無視されるので、計算結果は$(1000)_2$

やってみよう![3]

- 10010を左に4ビットシフトした数
- 11001を左に7ビットシフトした数
- 1110101を左に2ビットシフトした数
- 10100000を右に3ビットシフトした数
- 11010100000を右に5ビットシフトした数
- 10101000を右に2ビットシフトした数

※すべて2進数のままで良い

コンピュータでの情報量

バイト[1](p. 8)

- コンピュータでの情報量:
  情報を表現する「0」と「1」の数 = ビット

コンピュータの世界では、「0」と「1」を8個単位で扱うことが多い

Ex.:
半角英数の文字: 8個の「0」と「1」で構成 (8個×1)
全角の文字: 16個の「0」と「1」で構成 (8個×2)
画像などの色: 24個の「0」と「1」で構成 (8個×3)

8ビットで1つの単位: バイト(byte)

バイト[2](p. 8)

- 1バイト(byte) = 8ビット(bit)
  - 半角英数1文字(8ビット): 1バイト
  - 全角1文字(16ビット): 2バイト
  - 画像などの色1つ(24ビット): 3バイト

バイト[3](p. 8)

- 現実世界: 1000で1つの単位
  - 1000: 1K (1000m = 1Km)
- コンピュータの世界では2^{10}で1つの単位
  - 1Kbyte(キロバイト, KB): 1024byte
  - 1Mbyte(メガバイト, MB): 1024Kbyte
  - 1Gbyte(ギガバイト, GB): 1024Mbyte
  - 1Tbyte(テラバイト, TB): 1024Gbyte

便宜上、1KB = 1000byte, 1MB = 1000KB, etc. とすることもある

8進数と16進数

8進数と16進数[1]

- コンピュータでの情報: 2進数で扱われる
  情報量が多くなると桁数が大きくなって、人間には扱いにくい

Ex.
アルファベットの「N」: 01001110 (8桁)
日本語の「ん」: 1010010011110011 (16桁)
赤色: 111111110000000000000000 (24桁)

人間にとっては扱いにくい
(コンピュータの制御を考えるときは、人間もコンピュータのように考える必要)

8進数&16進数

8進数と16進数[2]

- 8進数: 数を0～7の8つの数字で表現
- 16進数: 数を0～9とA～Fの16個の文字で表現
  - A: 10
  - B: 11
  - C: 12
  - D: 13
  - E: 14
  - F: 15

覚えよう!

※いろいろな試験で、電卓の持ち込みはできないので、
きちんと自分で計算できるようになろう!

8進数と16進数[3]

Ex.
アルファベットの「N」
2進数: 01001110
8進数: 116
16進数: 4E
日本語の「ん」:
2進数: 1010010011110011
8進数: 51163
16進数: 5273
赤色:
2進数: 11111111000000000000000
8進数: 77600000
16進数: FF0000

16進数

- 16進数が特によく使われる
  - コンピュータの世界では0～255の数値で表現されるものが多い

Ex. 色
- 色は赤・緑・青の濃淡を混ぜ合わせて表現する
- 赤・緑・青を0～255の256段階の濃淡を混ぜ合わせる

赤成分: 255, 緑成分: 102, 青成分: 153 →

0～255を16進数で表すと0～FFで、ちょうど2桁で表せる

※色のほかに、文字も16進数で表すことが多い
(半角英数: 16進数2桁, 全角: 16進数4桁)

16進数がよく使われる例

- 色の表現: 赤・緑・青の256段階の濃淡で表現
  - それぞれの濃淡の度合いを0～255の数値で表現
  - 濃淡の度合いの数値を16進数で表現
  - 16進数の数値を赤・緑・青の順に並べ、先頭に「#」をつけて色を表現
    (色の名前として利用)

16進数で「FF」
16進数で「99」
Ex. 赤成分: 255 緑成分: 102 青成分: 153 →
16進数で「66」
「#FF6699」と表現
※Webページ作成などのときによく使う

10進数を16進数に変換

- 16進数を求める計算方法

1. 10進数の数を16で割って商1と余り1を計算する
2. 商1を16で割って商2と余り2を計算する
3. 商2を16で割って商3と余り3を計算する
4. .....

16) 10進数の数
16) 商1・・・余り1
16) 商2・・・余り2
.
.
16) .
商n・・・余りn

商が0になるまで繰り返す
小数の計算はしない

余りを余りnから余り1の順に左から並べたものが16進数
(ただし10～15の余りは、A～Fに置き換えること)

10進数を16進数に変換(例)

10進数の255を16進数に変換

16) 255
16) 15・・・余り: 15
0・・・余り: 15

$(15)_{10} = (F)_{16}$

$(255)_{10} = (FF)_{16}$

10進数の2000を16進数に変換

16) 2000
16) 125・・・余り: 0
16) 7・・・余り: 13
0・・・余り: 7

$(13)_{10} = (D)_{16}$

$(2000)_{10} = (7D0)_{16}$

→ の方向に余りを並べる

16進数を10進数に変換

- 16進数→10進数の変換
  1. アルファベットを10進数の数になおす
  2. 2進数の各桁の上にそれぞれ「16」を書く
  3. 1. で書いた「16」の右肩に、右から0, 1, 2, ...と書いていく
  4. 16^0, 16^1, 16^2, ...ができていく

1. 7D0 → 7 13 0
2. 16^2 16^1 16^0
   7 13 0
3. 右から左に、0, 1, 2, ...と番号をつける

16進数を10進数に変換

- 16進数→10進数の変換
  5. 各桁の上の「16^n」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
  6. 2. の結果を足し合わせる

3. 16^2 16^1 16^0
   7 13 0

4. 16^2 16^1 16^0
   × × ×
   7 13 0
   =
   7×16^2 13×16^1 0

5. 7×16^2 13×16^1 0
   足し合わせる
   =
   $7\times16^2 + 13\times16^1 + 0 = 2000$

やってみよう!

- 10進数の「240」を16進数に
- 10進数の「3000」を16進数に
- 10進数の「50000」を16進数に
- 16進数の「64」を10進数に
- 16進数の「FA0」を10進数に
- 16進数の「4E20」を10進数に
- 16進数の「A3」を10進数に
  (2012年度ITパスポート秋季試験問題)

8進数

8進数

- 16進数ほどではないが、知っておくべき数の表現方法
  - 情報処理技術者試験などには出ることも

10進数を8進数に変換

- 8進数を求める計算方法

8)10進数の数
8)　　商1・・・余り1
8)　　商2・・・余り2
　　・
　　・
8)　　・
　　商n・・・余りn

1. 10進数の数を16で割って商1と余り1を計算する
2. 商1を16で割って商2と余り2を計算する
3. 商2を16で割って商3と余り3を計算する
4. ……

商が0になるまで繰り返す
小数の計算はしない

余りを余りnから余り1の順に左から並べたものが8進数

※10進数→X進数の計算は、割る数がXになるだけで、やり方はどのX進数でも同じ

10進数を8進数に変換(例)

10進数の255を8進数に変換

8)255
8)　31・・・余り: 7
8)　3・・・余り: 7
　　0・・・余り: 3

$(255)_{10} = (377)_8$

10進数の2000を8進数に変換

8)2000
8)　250・・・余り: 0
8)　31・・・余り: 2
8)　3・・・余り: 7
　　0・・・余り: 3

$(2000)_{10} = (3720)_8$

→ の方向に余りを並べる

8進数を10進数に変換

- 8進数→10進数の変換
  1. 8進数の各桁の上にそれぞれ「8」を書く
  2. 1. で書いた「8」の右肩に、右から0, 1, 2, ...と書いていく
     - $8^0, 8^1, 8^2$, ...ができていく

右から左に、0, 1, 2, ...と番号をつける

1. 8 8 8 8 / 3 7 2 0
2. 8^3 8^2 8^1 8^0 / 3 7 2 0

8進数を10進数に変換

- 8進数→10進数の変換
  3. 各桁の上の「8^n」と、それぞれの桁の数をかけあわせる
  4. 2. の結果を足し合わせる

2. 8^3 8^2 8^1 8^0 / 3 7 2 0

3. 8^3 8^2 8^1 8^0 / × × × × / 3 7 2 0 / = / 3×8^3 7×8^2 2×8^1 0

4. 3×8^3 7×8^2 2×8^1 0 / 足し合わせる / = / $3\times8^3+7\times8^2+2\times8^1+0 = 2000$

※X進数→10進数の計算は、累乗する数がXになるだけで、やり方はどのX進数でも同じ

やってみよう!

- 10進数の「200」を8進数に
- 10進数の「1000」を8進数に
- 10進数の「555」を8進数に
- 8進数の「100」を10進数に
- 8進数の「2734」を10進数に
- 8進数の「55」を16進数に
  (2009年度ITパスポート秋季試験問題)

負数の表現方法

負の数の表現[1](p. 9)

- コンピュータでの計算は、全て足し算
  - コンピュータでの計算は、電気回路で実行
    - 電気回路: 電気が通る線を組み合わせて、様々な処理をするためのもの
      (コンピュータを構成する最も基本的な部品)
  - 足し算, 引き算, かけ算, 割り算をするには、それぞれのために専用の回路が必要
    - 足し算専用回路, 引き算専用回路, かけ算専用回路, 割り算専用回路

経済的に良くない

足し算専用回路(加算器)を
組み合わせて他の計算をカバー

負の数の表現[2](p. 9)

- 足し算の組み合わせで他の計算も行う
  - 引き算: 「a-b」を、「a+(-b)」(bを負数と考える)
  - かけ算: 足し算の繰り返しとして計算
  - 割り算: 引き算の繰り返しとして計算

コンピュータでも負数を扱う
- 方法1: 真数表現
- 方法2: 2の補数表現

真数表現(p. 9)

- 数を表す2進数に符号(+ or -)を表す1ビットを付加
  - 数の先頭のビットで符号を表す
  - 0が「+」, 1が「-」を表す

「符号ビット」と呼ぶ

10進数	2進数
-3	1 0 1 1
-2	1 0 1 0
-1	1 0 0 1
-0	1 0 0 0
+0	0 0 0 0
+1	0 0 0 1
+2	0 0 1 0
+3	0 0 1 1

符号ビット

数を表す部分

0が「+0」と「-0」の2種類できてしまう

具合が悪いので真数表現はあまり使われない

2の補数表現[1](p. 9)

- 負の数Nを、正の数N(2進数)の0と1を反転させて1を加えた数で表現する方法
  - 0と正の整数(自然数)は、そのまま表現(この計算はしない)

Ex.
$(-10)_{10}$

「10」を2進数にして「-」をつけたもの

$= (-01010)_2$

$\rightarrow (10101 + 1)_2 = (10110)_2$

「-01010」の「-」をとって「1」と「0」を逆にしたもの

$(-10)_{10}$の2進数(2の補数表現)

2の補数表現[2](p. 9)

- 2の補数 = 負の数を2進数で表現したもの(コンピュータの世界では)
- 計算方法(例: -20を10桁の2進数に直す)
  1. 2の補数に直したい10進数のマイナスを取り除く
     - $(-20)_{10} \rightarrow (20)_{10}$
  2. 1. の結果を2進数に直す
     - $(20)_{10} = (0000010100)_2$
  3. 2. の結果の0と1を逆にする(0の桁を1、1の桁を0にする)

0 0 0 0 0 1 0 1 0 0

↓

1 1 1 1 1 0 1 0 1 1

2の補数表現[2](p. 9)

- 2の補数 = 負の数を2進数で表現したもの(コンピュータの世界では)
- 計算方法(例: -20を10桁の2進数に直す)
  4. 3. の結果に1を足し算する

```
 1111101011
+)        1
 1111101100
```

-20を2進数に直した結果(2の補数 = 2進数での負の数の表現)

2進数での負の数の表現では、「-」の記号はつけない

2の補数表現の利点(p. 10)

- 引き算(符号付きの足し算)をそのまま足し算として処理できる(自然数と同様に処理できる)

Ex.

$(10 + 3)_{10} = (01010 + 00011)_2 = (01101)_2$

$(-6 + 3)_{10} = (11010 + 00011)_2 = (11101)_2$

↕

真数表現: 符号付きの足し算を処理するには、別の回路が必要(単純に足すことはできない)

2の補数を10進数に変換[1]

- 2の補数から1を引き、0と1を反転させて10進数になおして「-」をつける
  - 負の数を2の補数に変換するときの逆
  - この計算は、負の数だけ

Ex.

$(110110)_2$

2の補数から1を引いたもの

$\rightarrow (110110 - 1)_2 = (110101)_2$

$\rightarrow (-001010)_2$

「110101」の0と1を逆にしたもの

$(110110)_2$(2の補数)の10進数

$= (-10)_{10}$

2の補数を10進数に変換[2]

- 計算方法(例: 1111101100を10進数に直す)
  1. 2の補数から1を引き算する

```
  1111101100
-)           1
------------
  1111101011
```

  2. 1. の結果の0と1を逆にする(0の桁を1、1の桁を0にする)

```
1111101011
    ↓
0000010100
```

※2の補数→10進数の方法は、10進数→2の補数の逆

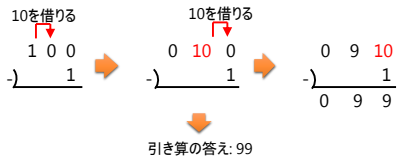
2の補数を10進数に変換[2]

- 計算方法(例: 1111101100を10進数に直す)
  1. 2. の結果を10進数に直す
     - $(0000010100)_2 = (20)_{10}$
  2. 3. の結果に-(マイナス)をつける
     - $(20)_{10} \rightarrow (-20)_{10}$ ← 1111101100を10進数に直した数

※2の補数→10進数の方法は、10進数→2の補数の逆

2進数の引き算[1]

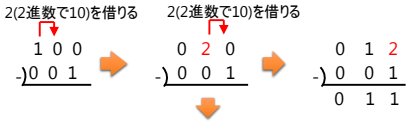
- 10進数の引き算だと...
  - ある桁の引かれる数が引く数より小さければ、1つ大きな桁から10を借りる
    - 10を借りる: 貸した桁から1を引き、借りた桁に10を足す



引き算の答え: 99

2進数の引き算[2]

- 2進数の引き算だと...
  - ある桁の引かれる数が引く数より小さければ、1つ大きな桁から$(10)_2$(10進数で2)を借りる
    - 2を借りる: 貸した桁から1を引き、借りた桁に2を足す



引き算の答え: 011

※コンピュータ的には引き算はしないので、人間が2の補数→10進数の計算をするための引き算

やってみよう!

- -25を2の補数10桁で表現
- -32を2の補数10桁で表現
- 2の補数10000を10進数で表現
- 2の補数1011000を10進数で表現

正の数と負の数の見分け方[1]

- 大前提: 数を表す2進数の桁数は決まっている
  - 普通のコンピュータで32桁(or 64桁)

ということは...例えば$(10)_{10}$は、コンピュータ的には...

0000....00001010 と考えている

28個の「0」

※授業のスライド中では32桁分も書けないので、そのときどきで適当なところで割愛

正の数と負の数の見分け方[2]

- 負の数(2の補数)の計算方法: 負の数Nを、正の数N(2進数)の0と1を反転させて1を加える

コンピュータ的には32桁で数を表すので…

$(-10)_{10} \rightarrow (10)_{10}$

$= (0000\ldots00001010)_2$

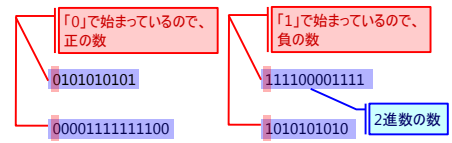
$\rightarrow (1111\ldots11110101 + 1)_2 = (1111\ldots11110110)_2$

28個の「0」も全て「1」に反転される

- 負の数は結果的に一番大きな桁(一番左の桁)が「1」になる
- 一番大きな桁(一番左の桁)が「0」であれば正の数、「1」であれば負の数として扱う

正の数と負の数の見分け方[3]

- 2進数を見たときに…(2の補数を考える場合)
  - 「2の補数を考える」という場合は、先頭の桁を見て、正の数か負の数かを判断
  - 「2の補数を考える」と書かれていない場合は、負の数を考えなくてOK



正の数と負の数の見分け方[3]

- 2進数で表された数は、一番大きな桁(一番左の桁)が「0」であれば正の数、「1」であれば負の数
- 10進数で表された数は、普通に正の数、負の数として計算
  - 正の数であれば、割り算だけで2進数に変換
    - Ex. 「+5」と書かれていれば、割り算だけで2進数に変換
  - 負の数であれば、2の補数の方法で2進数に変換
    - Ex. 「-5」と書かれていれば、2の補数の方法で2進数に変換
  - ただし、足し算や引き算をした結果を、2の補数を含めて計算すること
    - 計算の結果、一番大きな桁が「0」であれば正の数
    - 計算の結果、一番大きな桁が「1」であれば負の数

桁あふれ(オーバーフロー)(p. 11)

- 2の補数に関係した桁あふれ(オーバーフロー)が起こりうる

Ex. 2進数5桁の計算(10進数で14+5の計算)

```
  0 1 1 1 0
+ 0 0 1 0 1
-----------
  1 0 0 1 1
```

先頭の桁が1になってしまった

- 先頭の桁が1の場合は、2進数で負の数として扱う

1 0 0 1 1

負の数を表す

- 計算結果: $(-13)_{10}$(負の数)

2の補数に関係した桁あふれ(オーバーフロー)

桁あふれ[まとめ][1]

- 桁あふれの分類(その1)
  - 足し算等の何らかの計算の結果、コンピュータが扱うことのできる数の桁数の限界を超えてしまう場合
    - Ex. 4桁の数「0110+0110+0110」の計算
      - →本来の計算結果は「10010」で5桁になってしまうので、5桁目が無視されてコンピュータが出す結果は「0010」
      - →コンピュータが出す結果と本来の結果が違うことになる現象

ある意味、コンピュータの性能の限界を超えてしまうということで、その結果として、本来の計算結果とは違う結果がでる現象

※人間やコンピュータがミスをした、という現象ではない

桁あふれ[まとめ][2]

- 桁あふれの分類(その2)
  - 足し算等の何らかの計算の結果、数の正と負が違ってしまう場合
    - Ex. 4桁の数「0110+0110」の計算
      - →本来の計算結果は「1100」で、1桁目が1なので、コンピュータは計算結果を負の数(-4)として取り扱い
      - →本来の計算結果は正の数(12)
      - →コンピュータが出す結果と本来の結果が違うことになる現象

本来の計算結果は正(負)の数なのに、計算結果が負(正)の数になってしまう現象

※人間やコンピュータがミスをした、という現象ではない

桁あふれ[まとめ][3]

- どのような数を計算に使っても、計算結果を見て...
  1. 計算結果が決められた桁数を超えていれば、超えた分の桁の数を削除
     - 桁数を超えた部分 = 削除
     - 4桁の2進数の計算結果: $(100110)_2$ ⇒ 計算結果: $(0110)_2$
  2. 計算結果の先頭の桁が0か1かで、正か負を判断
     - 正の数(先頭の桁が0)であれば、普通に10進数に直す
     - 負の数(先頭の桁が1)であれば、2の補数の方法で10進数に直す

正の数と判断
4桁の2進数の計算結果: $(0101)_2$ ⇒ 計算結果: $(5)_{10}$

負の数と判断
4桁の2進数の計算結果: $(1010)_2$ ⇒ 計算結果: $(-6)_{10}$

やってみよう!

- (+10)+(+8)を5桁の2の補数として計算し、10進数として表現
- (-10)+(+8)を5桁の2の補数として計算し、10進数として表現

桁あふれも考慮すること