

生理学的事実の抽象化

浅川伸一 <asakawa@twcu.ac.jp>

ここでは、ものごとを極端に単純化して捉えることから始める。この単純化に不満を覚える人もあるだろう。しかし、真実は単純さと複雑さの狭間にある。現在あらゆる心理学理論は現実の人間のモデルとしては単純すぎる。逆に言えば人間の行為・活動は非常に複雑である。この複雑な現象は、そのままではとらえることができないため、ある程度の単純化が必要になる。この単純化のことをモデルと言う。モデルが妥当性を持つためには現実にも則して、扱っている現象を説明できる必要がある。しかし、心理学では現象が複雑すぎるため、現在どのようなモデルを用いた説明でも単純すぎるのである。それならば、モデルを作る場合には本質を損なわない限り極力簡単なモデルを用いる方がよい。定性的に同じ動作をする 2 つのモデルがあったとすれば、より簡単なモデルを選ぶべきである。

これをオッカムのカミソリ Occam's razor という。「同じような理論で、難しいのと簡単なのがあった場合、難しい方が有効である証拠が見つかるまで、簡単なほうを使うべきである。」あるいは、「不必要に物事を増やしてはならない。」などといわれる。

1 表記

ニューロンはシナプスを介して多数のニューロンから信号を受け、興奮するかしないかが決まる。この意味で多入力 1 出力の情報処理装置と見なすことができる。 n 個のニューロンから信号のを受け取っているニューロンで、各入力信号の強さ $x_1, x_2, \dots, x_n$ をとする。このニューロンの膜電位の変化量を u 、出力信号を z とする。 i 番目の軸索に任意の単位の強さの信号が与えられたときに、この影響を受けて変化する膜電位の量を w_i と表す。 w_i はシナプスの伝達効率を表す量でシナプス荷重 (または 結合荷重、結合強度) という。抑制性のシナプス結合については $w_i < 0$ 、興奮性の結合については $w_i > 0$ となる。

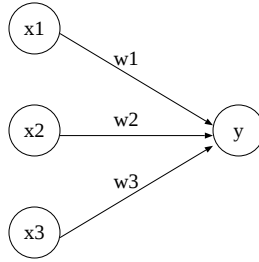


図 1: ニューロン y は x_1, x_2, x_3 からの入力を受けて、入力ニューロンからの活性値を結合係数 w によって重み付けられた値の関数として自身の出力値が定まる

2 空間加算と時間加算

ニューロンへの入力信号は振幅一定のパルスである。したがって、入力信号 x_i はパルスのあるとき 1、ないとき 0 をとる 2 値の信号と考えることができる。これが入力信号の離散情報への単純化である。一方、入力信号 x_i をパルスの有無を表す信号と見るのではなく、パルス頻度を表すとすれば連続情報への単純化とみなすことができる。脳の中でも信号の強さはパルス頻度と考えた方がよい場合も多い。この場合、最高パルス頻度が 1 となるように規格化し、入力信号 x_i を $0 \leq x_i \leq 1$ の実数値をとると考える。

$\sum w_i x_i$ を空間加算という。空間加算の場合には多数の入力信号の影響が重ね合わされる。 i 番目の入力信号の強度 x_i がくるとき膜電位は $w_i x_i$ だけ変化する。したがって、全体の膜電位の変化は入力信号の重みつき荷重和 $\sum w_i x_i$ に関係して変化する。すなわちニューロンの内部状態は

$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (1)$$

となる。

入力信号の影響は時間的にも重なりあう。 i 番目の入力信号が t' 時刻後の膜電位におよぼす影響を $w_i(t')$ と書くことにすると、時刻 t における膜電位の変化分 $u(t)$ は時間加算と空間加算を考慮して

$$u = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^t w_i(t-t') x_i(t') dt' \quad (2)$$

と書くことができ、このことを時間加算という。ここで $x_i(t')$ は時刻 t' における入力信号の強さである。

3 線形ニューロン

もっとも単純なニューロンとして線形ニューロンがある。このモデルでは、時間的影響を考慮せず、そのニューロンへの入力値がそのまま出力値になる。

ニューロンはパルスを出す、神経パルス一つ一つが意味を持つというよりは、パルス密度の形で情報が伝達されていると考えられる。そこでパルス密度に比例したアナログ値を出力すると考えるのが線形ニューロンである。すなわちパルス密度に対して線形な応答ををするとして直線近似した

$$z = u = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (3)$$

が線形ニューロンである。入力信号が大きければ大きいほど線形ニューロンは大きな出力をとる。このような単純化は、後述するシグモイド関数が原点近傍では線形と考えられることから正当化される。

また、線形ニューロンは各種統計的手法との関連が付けやすいという側面も持っている。線形ニューロンで構成されたニューラルネットワークは、当然線形な出力を応答をするので数学的解析がしやすいので多くの研究がなされている。しかし、線形ニューロンを用いたのでは 2 層以上のニューロン層を持った多相ニューラルネットワークを考える場合には、あまり意味を持たない。なぜなら線形ニューロンを階層的に組み合わせてネットワークを構成しても、その入出力関係だけに注目すれば、そのネットワーク等価な 1 層だけのネットワークを構成できるからである。すなわちしきい値の存在と非線形な応答特性がニューロンの情報処理において本質的な役割を演じているといえることができる。

4 線形しきい値ニューロン

線形ニューロンでは抑制性の入力が大きくなると、出力が負になってしまう。この問題を解決するためにしきい値以下の入力では 0 を出力し、入力としきい値以上であれば線形に応答するニューロンを考えることができる。

$$z = \begin{cases} \sum w_i x_i & \text{if } \sum w_i x_i > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

5 MaCulloch & Pitts の形式ニューロン

ニューロンが発火したかしないかを 0 と 1 としてモデル化が可能である。入力がしきい値より小さければ 0 となり、入力信号がしきい値を越えたとき

に 1 を出力するという単純化である。すなわち、信号入力荷重和

$$u = \sum_{i=1}^n w_i x_i \quad (5)$$

に対して、出力 z は u がしきい値 h を越えたときに 1, そうでなければ 0 を出力するモデルを McCulloch & Pitts の形式ニューロンと呼ぶ。

$$z = \begin{cases} 1, & \text{if } u > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

とすれば McCulloch & Pitts のモデルは

$$z = 1 \left\{ \sum_{i=1}^n w_i x_i - h \right\} \quad (7)$$

と書くことができる。McCulloch & Pitts の形式ニューロンは数学的には Heaviside 関数と呼ばれる。このモデルは、単一ニューロンのモデルとしてではなく、ひとまとまりのニューロン群の動作を示すモデルとしても用いられる。

6 不応期つき McCulloch & Pitts のモデル

不応期が時間 r だけ存在するとすれば、

$$z = \begin{cases} 1, & \text{if } u > 0, \text{ and 過去 } r \text{ 時間内に出力が } 1 \text{ でなかったとき} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

さらに、ニューロンが興奮すると時間 s だけしきい値が b_s だけ上がって興奮しにくくなると仮定すると

$$z(t) = 1 \left\{ \sum w_i x_i(t) - h - \sum_{s=1}^T b_s(t-s) \right\} \quad (9)$$

ここで $x_i(t)$ は時間 t での入力、 $z(t)$ は時間 t での出力である。

7 出力が連続関数の場合

時間 t における入力信号は $x_i(t)$ は i 番目のシナプスの興奮伝達の時間 t 付近での平均ととらえることができる。すると、最高頻度の出力を 1, 最低(興奮無し)を 0 と規格化できると考えて

$$0 \leq f(\mu) \leq 1 \quad (10)$$

とする。入出力関係は f を用いて

$$z = f\left(\sum w_i x_i(t) - h\right) \quad (11)$$

のように表現される。このモデルは、ニューロン集団の平均活動率ととらえることもできる。

良く用いられる f の形としては、ロジスティック関数

$$f(\mu) = \frac{1}{1 + e^{-\mu}} \quad (12)$$

がある。また $-1 \leq f(\mu) \leq 1$ とした場合ハイパータンジェント

$$f(\mu) = \tanh \mu = \frac{e^{\mu} - e^{-\mu}}{e^{\mu} + e^{-\mu}} \quad (13)$$

を使うことが多い。これは、入力信号の絶対値が大きければ近似的に $z = -1$ と $z = +1$ をとるニューロンモデルとなる。このような書式のニューロンモデルは $z^2 = 1$ となるので数学的な取り扱いが容易になるという特徴を持っている。

ハイパータンジェントを用いて $0 \leq f(\mu) \leq 1$ とする場合には

$$f(\mu) = \frac{1}{2} \tanh \mu + \frac{1}{2} \quad (14)$$

を用いる。

8 連続時間モデル

時間 t を連続だとみなし、 $\mu(t)$ を静止膜電位 のとき 0 をとるものと考え
る。電位 $\mu(t)$ は時定数 τ で減衰する項と外部入力に応じて増減する項との
和で表せるとするモデルは、以下のような微分方程式になる。

$$\tau \frac{d\mu(t)}{dt} = -\mu(t) + \sum_{i=1}^n w_i x_i - h \quad (15)$$

x_i は一定 (外部入力は一定) で $\mu(0) = 0$ の初期条件のもとで解くと、

$$\mu(t) = -\mu_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad (16)$$

となる。ただし $\mu_0 = \sum w_i x_i - h$.