

# 第 10 章 検定の演習

浅川 伸一

2006 年 07 月 06 日

## 1 受動喫煙は肺ガン発生リスクを増大させるか

[ テーマ ] 喫煙者を夫に持った妻 ( 本人は非喫煙者 ) は肺がんで死亡する確率がそうでない妻よりも高いか？

[ 想定される母集団 ] 自分は非喫煙者である妻 ( 以下妻は非喫煙者であることを前提とする )

[ 帰無仮説 ] ( 変更 ) 夫が喫煙者である妻が肺ガンで死亡する確率は、夫が非喫煙者である妻が肺ガンで死亡する確率と差がない。

[ 自由度 ] 夫を喫煙者と非喫煙者、妻を肺がん死亡者とそうでないものに分類する。ゆえに自由度は  $(2 - 1) \times (2 - 1) = 1$

[ 危険率 5% の場合 ]  $\chi^2$  分布表より、 $\chi^2$  の値が 3.84 4 以上の場合帰無仮説は棄却される。

[  $\chi^2$  の計算 ]

表 1: 実測値

	妻：肺がんで死亡	妻：生存	合計
夫：非喫煙	1904	19990	21894
夫：喫煙	10794	58850	69644
合計	12698	78840	91538

表 2: 予測値

	妻：肺がんで死亡	妻：生存	合計
夫：非喫煙	3037.1	18856.9	21894
夫：喫煙	9660.9	59983.1	69644
合計	12698	78840	91538

$\chi^2$  の計算:  $\chi^2 = 645.13$ .

[ $\chi^2$  の上側確率] Excel により = chidist(645.13,1) = 2.555E-142

[帰無仮説の棄却]  $\chi^2$  の値が 3.84 以上なので、この帰無仮説は棄却される。

夫が喫煙者の妻が肺がんで死亡する確率はそうでない妻より高くないとはいえない。(喫煙者の妻は肺がんで死亡する確率がそうでない妻より高い)

実際のデータを使ったのに  $\chi^2$  の値が場違いなほど大きく、上側確率が天文学的に小さくなりました。これは喫煙者の夫は持った妻は必ず肺がんで死んでしまう、ということなののでしょうか？どこかに決定的な間違いがあったように思えてなりません。(結果の示していることは、(肺ガンの発生リスクは受動喫煙によっては変化しないという) 帰無仮説が正しい場合に、誤って帰無仮説を採択してしまう可能性が限りなく小さい、と主張しているだけである。数値の大きいこと(あるいは小さいこと)をもって、断言できる確信の度合だと解釈しない方がよい。統計的検定は、統計的推論以外のなものでもないのであって因果関係の推論とは異なる。 $\chi^2$  の値を決定論的に捉えはならない。)

とんでもない数字が出てしまった場合の対処方法(実験の改善点、問題点の考え方)も教えていただけたら嬉しいです。(一般に、データ数が多くなればなるほど小さな差異が有意になりやすくなる。また  $2 \times 2$  のクロス表の場合、データ数が決まると  $\chi^2$  の最大値も決まることに注意。)

## 2 英語の早期教育は効果があるか

テーマ：小学校から英語学習に取り組んでいる生徒と中学校で初めて英語学習に取り組む生徒では中学校に入学してからの最初の英語の成績に影響するか？

帰無仮説：小学校から英語学習に取り組んでいても中学校入学直後の英語の成績には影響がない。

想定される母集団：1 学期の成績表を手にした中学 1 年生

自由度： $(2 - 1) \times (2 - 1) = 1$  よって危険率を 5% とした場合  $\chi^2$  が 3.84 以上になれば帰無仮説が棄却できる。

中学生 1 年生 100 人を無作為に選んだ。

表 3: 実測値

	5 以上 (5 段階評価)	3 以下	計
小学校から英語学習に取り掛かった	18	7	25
中学校から英語学習に取り掛かった	28	47	75
計	46	54	100

表 4: 期待値

	5 以上 (5 段階評価)	3 以下	計
小学校から英語学習に取り掛かった	11.5	13.5	25
中学校から英語学習に取り掛かった	34.5	40.5	75
計	46	54	100

上側確率は Excel を使って CHIDIST を求めると  $0.002596 = 0.259\%$ .  $\chi^2 = 9.0699$  は、5% 判定値の 3.84 より大きいので、5% の危険率では、帰無仮説は棄却される。よって、小学校から英語学習に取り組んでいても中学校入学直後の英語の成績には影響がないとはいえない。

もう少し積極的に主張してもよい。「小学校から英語に取り組んでいると、中学から英語を学んだものと成績に差がある、と言える。」テーマからすると正しい統計的推論である。しかしデータの集め方に問題がある。5 段階評定で 5 以上の群と 3 以下の群とを比較する場合、評定値 4 のデータを故意に捨ててしまった、と思われる。集めたデータはできるだけ活かすようにする工夫が必要である。

### 3 胃潰瘍の発病とヘリコバクター・ピロリ菌の有無は関係あるか

想定される母集団：無作為に選んだ日本人男女 2000 人

帰無仮説：胃潰瘍の発病とヘリコバクター・ピロリ菌の保菌は、関係ない。

自由度： $(2 - 1) \times (2 - 1) = 1$  (原文は  $(2-1)^2 \times (2-1)^2 = 1$ )

$\chi^2$  2 の値がいくつ以上になれば帰無仮説は棄却できるか：3.841

表 5: 実測値  
ピロリ菌保菌者 非保菌者 計

	ピロリ菌保菌者	非保菌者	計
胃潰瘍あり	68	28	96
胃潰瘍なし	548	1356	1904
計	616	1384	2000

$\chi^2 = 75.81$

上側確率： $\text{chidist}(75.81, 1) = 3.12315\text{E-}18$   $\chi^2$  の値が 3.841 を超えた。よって、帰無仮説は棄却される。

帰無仮説が棄却されたとき主張できること「胃潰瘍の発病とヘリコバクター・ピロリ菌の保菌は、関係ないとは言えない。」胃潰瘍の発病はヘリコバクター・

表 6: 理論値  
ピロリ菌保菌者 非保菌者 計

	ピロリ菌保菌者	非保菌者	計
胃潰瘍あり	29.57	66.43	96
胃潰瘍なし	586.43	1317.57	1904
計	616	1384	2000

ピロリ菌保菌の有無に関係すると言える。

#### 4 サイコロは 1 の目が出やすいか

サイコロという点では他の方とかぶってしまったのですが、なんか中身は全然違ったのでこのままいくことにしました。(問題無し) 本音を言えば、今からまた別のテーマにするのがきついで。(^^)

・テーマ：サイコロを 180 回投げた結果、『1』が出る確率は本当に 1/6 であるか。(なぜ 180 回に限定するのだろうか？サイコロは何回投げても確率はかわらない。実際のデータはその都度確率的に変動するが真の確率は一つだけではないだろうか？)

・母集団：サイコロを 180 回投げた時に目。 (確かに 180 回このサイコロを投げるという行為を無限回くり返すことができる。そうではあるが、一般に知りたいことは 180 回投げたときに 1 が何回出るか、ではなく、このサイコロの 1 の目が出る真の確率ではないだろうか？)

- ・帰無仮説 『1』が出る確率は 1/6 である。
- ・自由度 1
- ・棄却できるのは  $\chi^2$  の値がいくつ以上か？ 3.841
- ・『1』が 35 回でた場合

$$\chi^2 = \frac{(35 - 180 \times \frac{1}{6})^2}{180 \times \frac{1}{6}} + \frac{(145 - 180 \times \frac{5}{6})^2}{180 \times \frac{5}{6}} \quad (1)$$

$$= 25/30 + 25/150 \quad (2)$$

$$= 0.83 + 0.17 \quad (3)$$

$$= 1.00 \quad (4)$$

よって帰無仮説は棄却できないので、『1』が出る確率は 1/6 であると言える。

- ・ $\chi^2$  の上側確率 CHIDIST(1.0, 1) = 0.317311 31%

・帰無仮説が棄却された時に主張できることそのサイコロは『1』の出る確率が 1/6 でなく、故意に出やすい目が作られているものである。

テーマが若干違うので自由度の設定が他の方と違い、その後計算も全く違うものになったのですが、はっきりいって合っているか自信がありません。自

自由度は『1』が出る確率と『それ以外』という括りにしたのでこうなりました。前回の授業に出れなかったので教科書+ハンドアウトを参考に頑張ったのですが。(しばしば用いられる手法の一つであるので問題無し)

## 5 $\chi^2$ test の tips

- 因果関係を意味するものではない。
- 単位が揃っているかどうか確かめる。
- $\chi^2$  検定はデータ数に敏感である。
- 単位が異なると検定結果も変わる。

$\chi^2$  の値をもとめるにあたって、クロス表を使って順に計算していきますが、クロス表の並べ方にかかわらず(実測値-期待値)<sup>2</sup>/期待値は決まることがわかりました。

ということは  $\chi^2$  の値は、データが示された時点で自動的に決まってしまう、のではないのでしょうか？

だとすれば、どんな仮説を立ててもその結果(棄却か支持)は同じで、極端に言えば、帰無仮説、対立仮説、双方とも同じ確率で同時に棄却(または支持)されてしまうのではないのでしょうか？

次のような  $2 \times 2$  のクロス表を考える。このとき、 $\chi^2$  値を最大にする  $\alpha$

表 7: 実測値

	A	$\neg A$	合計
B	$\alpha$	$\beta$	100
$\neg B$	$\gamma$	$\delta$	100
計	100	100	200

は？またそのときの  $\chi^2$  値は？

$\chi^2$  値を最小にする  $\alpha$  を求めよ。またそのときの  $\chi^2$  も求めよ。