第 3 章 2 項分布

浅川 伸一

2006 年 04 月 20 日

3　2 項定理

$$
\begin{aligned}
(p+q)^n &= \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r p^{n-r} q^r && (1)\\
&= {}_nC_0 p^n q^0 +_n C_1 p^{n-1} q^1 +_n C_2 p^{n-2} q^2 + \cdots +_n C_n p^0 q^n && (2)
\end{aligned}
$$

4　パスカルの三角形

${}_nC_r$ は、多項式 $(p+q)^n$ を展開したときの $r+1$ の係数である。${}_nC_r$ のことを 2 項係数と呼ぶことがある。それは以下の式を展開したときの右辺に表れる数字に対応してるからである。

$$
\begin{aligned}
(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2 && (3)\\
(a+b)^3 &= (a+b)(a+b)(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 && (4)\\
& && (5)
\end{aligned}
$$

5　コイン投げの正解

$q = 1 - p$ とすれば $p + q = 1$ すべての確率を足し合わせると 1 であり、$0 \le p, q \le 1$ と 0 と 1 の間にあるから、確率とみなすことができる。

コイン投げの場合 $p = q = 1/2$ であるから n 回コインを投げて r 回表が出る確率は

$$
{}_nC_k \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{n-r} =_n C_k \left(\frac{1}{2}\right)^n \tag{6}
$$

となる。

6　2 項分布

2 項分布 binomial distribution はコイン投げの回数 n と表の出る確率 p を定めれば一意に定まるので確率 P の値が n と p に依存することを強調して $B(n,p)$ あるいは $B_{in}(n,p)$ と表記することが多い。

2 項分布で p も q も 1 以下であるから、これらを n 乗すると 0 に近付く。このことから n が大きければ大きいほど、ほとんどの場合が 0 になることがわかる。推測統計はじめの一歩 46 ページ参照

$p = q = 1/2$ という特別な場合ではなく歪んだコインをも表現できるようにコイン投げの場合を拡張すると式 2 のようになる。

$$
\begin{aligned}
(p+q)^n &= \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r a^{n-r} b^r && (7)\\
&= {}_nC_0 a^n b^0 +_n C_1 a^{n-1} b^1 +_n C_2 a^{n-2} b^2 + \cdots +_n C_r a^0 b^n && (8)
\end{aligned}
$$