

4月27日の課題の解答例

浅川伸一

平成18年5月25日

1

自分の学生番号下一桁の値に5を加えた数を r とする。 $\sum_{x=0}^r r C_x$ を求めよ。

解答例：例えば学生番号が7だとすると5を加えた数は12となる。このとき $\sum_{x=0}^{12} 12 C_x$ を求めることになる。

$$\sum_{x=0}^{12} 12 C_x = 12 C_0 + 12 C_1 + 12 C_2 + \cdots + 12 C_{11} + 12 C_{12} \quad (1)$$

$$= \frac{12!}{0!(12-0)!} + \frac{12!}{1!(12-1)!} + \cdots + \frac{12!}{11!(12-11)!} + \frac{12!}{12!(12-0)!} \quad (2)$$

$$= 2^{12} \quad (3)$$

$$= 4096 \quad (4)$$

ここで ${}_n C_x = {}_n C_{n-x}$ であることに注意して という関係があることに注意する。

$${}_{12} C_0 = {}_{12} C_{12} = 1$$

$${}_{12} C_1 = {}_{12} C_{11} = 12$$

$${}_{12} C_2 = {}_{12} C_{10} = 66$$

$${}_{12} C_3 = {}_{12} C_9 = 220$$

$${}_{12} C_4 = {}_{12} C_8 = 495$$

$${}_{12} C_5 = {}_{12} C_7 = 792$$

$${}_{12} C_6 = {}_{12} C_6 = 924$$

2

1から自分の学生番号下一桁+8までの数がかかれたカードが学生番号下一桁+8枚あるとする。この中から一枚のカードを取り出すときの期待値と分散を求めよ。

解答例：例えば学生番号が6だとすると5を加えた数は11となる。1から11までの11枚のカードから1枚取り出したときの期待値は

$$\sum_{x=1}^{11} x \times \frac{1}{11} = 1\frac{1}{11} + 2\frac{2}{11} + \cdots + 10\frac{1}{11} + 11\frac{1}{11} \quad (5)$$

$$= \frac{1}{11} \sum_{x=1}^{11} x \quad (6)$$

$$= \frac{1}{11} \frac{(1+11) \times 11}{2} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{11} 66 \quad (8)$$