

# 心理統計学 2 イントロダクション

浅川 伸一

2006 年 09 月 21 日

後期は、相関、回帰、実験計画法などを取りあげる。

## 1 前期の復習をかねて

二つのモノ  $X, Y$  の重さを化学天秤を用いて正確に計測することを考える。測定法として次のア、イのうちどちらがすぐれていると言えるだろうか。

ア：一回目に  $X$  の重さを計り、次に  $Y$  の重さを計る。

イ：一回目に  $X$  と  $Y$  とを合わせた重さを計り、次に  $X$  を一方の皿に乗せ、 $Y$  を他方の皿に乗せてその差を測定する。

測定アに関して、

測定には誤差がつきものだから誤差をできるだけ小さくするような測定が望ましい。そこで、 $X, Y$  の真の重さを  $x, y$  とする。誤差を  $\epsilon$  とすると、観測結果は真の値と誤差の和と考えることのできる

$$X = x + \epsilon_1 \quad Y = y + \epsilon_2 \quad (1)$$

$\epsilon$  は確率変数とする。

前期 8 章などを参考にして、以下の空欄を埋めよ。

$$E(X) = E(x + \epsilon_1) = E(x) + E(\epsilon_1) = x + ( \quad ) = ( \quad ) \quad (2)$$

$$E(Y) = E(y + \epsilon_2) = E(y) + E(\epsilon_2) = ( \quad ) + 0 = y \quad (3)$$

$$V(x) = V(x + \epsilon_1) = V(x) + V(\epsilon_1) = 0 + \sigma^2 = \sigma^2 \quad (4)$$

$$V(y) = V(y + \epsilon_2) = V(y) + V(\epsilon_2) = 0 + \sigma^2 = \sigma^2 \quad (5)$$

それぞれの式に対応する前期 8 章の式を指摘せよ。

測定イに関しては、一回目の測定結果を  $V$ 、二回目の測定結果を  $W$  とすると、

$$V = x + y + \epsilon_3 \quad W = x - y + \epsilon_4 \quad (6)$$

以下のごとく期待値と分散の公式を当てはめれば、

$$\begin{aligned} E\left(\frac{V+W}{2}\right) &= E\left(x + \frac{\epsilon_3}{2} + \frac{\epsilon_4}{2}\right) & (7) \\ &= E(x) + \frac{1}{2}E(\epsilon_3) + \frac{1}{2}E(\epsilon_4) \\ &= x + \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 0 = x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E\left(\frac{V-W}{2}\right) &= E\left(y + \frac{\epsilon_3}{2} - \frac{\epsilon_4}{2}\right) & (8) \\ &= E(y) + \frac{1}{2}E(\epsilon_3) - \frac{1}{2}E(\epsilon_4) \\ &= y + \frac{1}{2} \cdot 0 - \frac{1}{2} \cdot 0 = y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V\left(\frac{V+W}{2}\right) &= V\left(x + \frac{\epsilon_3}{2} + \frac{\epsilon_4}{2}\right) & (9) \\ &= V(x) + \frac{1}{4}V(\epsilon_3) + \frac{1}{4}V(\epsilon_4) = \frac{\sigma^2}{2} & (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V\left(\frac{V-W}{2}\right) &= V\left(y + \frac{\epsilon_3}{2} - \frac{\epsilon_4}{2}\right) & (11) \\ &= V(y) + \frac{1}{4}V(\epsilon_3) + \frac{1}{4}V(\epsilon_4) = \frac{\sigma^2}{2} & (12) \end{aligned}$$

を得る。測定イは測定アよりも誤差が小さくなっている。この意味において測定イの法が優れているといえる。

どうすれば誤差を少なくできるかを考える。とくにデータが人間の場合無尽蔵にくり返してデータを集めることができない場合がある。限られた時間や空間や状況の中で誤差を少なくするようなデータ採取計画を立案する必要がある。

## 2 実験計画法はじめの一步

前出の測定方法イを考える。一回目の測定では X と Y とを一方に寄せ測定値 V を得る。二回目の測定では X を一方に寄せ、Y を他方に寄せて W を得る。一方の側に寄せることを 1 と表現し、他方に寄せることを -1 と表現すれば表 1 を得る。表 1 を行方向に見て行くとどのように測定されたかが

	X	Y	測定値
一回目	1	1	V
二回目	1	-1	W

表 1: 直交計画法

分かる。これに対して表 1 を列方向に見て行くとどのようにすれば値を求め

ることができるかが分かるようになっている。X については  $\frac{1}{2}(V+W)$  で求められる。Y については  $\frac{1}{2}(V-W)$  である。表 1 のことを直交計画表という。

測定すべきものが  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , と 4 つになったとすると

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	測定値
一回目	1	1	1	1	$V_1$
二回目	1	1	-1	-1	$V_2$
三回目	1	-1	1	-1	$V_3$
四回目	1	-1	-1	1	$V_4$

表 2: 4 種の場合の実験計画表

$X_3$  の値を求めるには表 2 を列方向に読んで

$$\frac{1}{4}(+V_1 - V_2 + V_3 - V_4) \quad (13)$$

を計算すれば良い。

表中の  $X$  を実験条件と読みかえ、行数だけ測定を行うと考えれば単純な実験計画法となる。

ディスプレイに文字列を表示し被験者にできる限りすばやく文字列を音読することを求める簡単な心理実験を考える。音読潜時に影響を与える要因として、文字の大きさ(大小 2 種類,  $x_1$ )、単語/非単語の別 ( $x_2$ )、文字と背景とのコントラスト(高低,  $x_3$ ) を考えるとすれば次のような実験計画表が考えられる。 $x_4$  は  $x_1$  と  $x_2$  との交互作用 ( $x_4 \rightarrow x_1 \times x_2$ )、

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	測定値
1	1	1	1	1	1	1	1	$v_1$
2	1	1	-1	1	-1	-1	-1	$v_2$
3	1	-1	1	-1	1	-1	-1	$v_3$
4	1	-1	-1	-1	-1	1	1	$v_4$
5	-1	1	1	-1	-1	1	-1	$v_5$
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	$v_6$
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	$v_7$
8	-1	-1	-1	1	1	1	-1	$v_8$

表 3: 音読潜時に影響を与える要因の仮想実験計画

$x_5$  は  $x_1$  と  $x_3$  との交互作用 ( $x_5 \rightarrow x_1 \times x_3$ )、

$x_6$  は  $x_2$  と  $x_3$  との交互作用 ( $x_6 \rightarrow x_2 \times x_3$ )、

$x_7$  は  $x_1, x_2$  と  $x_3$  の交互作用 ( $x_7 \rightarrow x_1 \times x_2 \times x_3$ ) などという。実際  $x_1$  の列の値と  $x_2$  の列の値とを掛け合わせれば  $x_4$  列の値になっていることを確認せよ。その他の行についても確認せよ。

表 3 を精査すれば (1,1), (1,-1), (-1,1), (-1,-1) という 1 と -1 でできる可能な組合せが同数現れていることがわかる。このとき各列は互いに直交していると言い、表 3 を直交計画行列と呼んだりする。

表 3 で表される心理実験を考案せよ。

参考文献 R. A. Fisher(1935)The Design of Experiments, Oliver and Boyd, Edinburgh.

石井吾郎 (1972) 実験計画法の基礎、サイエンス社

早川毅 (1977) 実験計画法の基礎、朝倉書店

生沢雅夫 (1977) 実験計画、新曜社