

# 生物学特論A (分類系統学II) 第8回

1

## 本日のお品書き

- ご相談
- ゲーム理論
  - ナッシュ均衡
  - ゲーム理論の導入
  - 協力ゲームと非協力ゲーム
  - チキンゲーム
  - タカ・ハトゲーム
  - 2人ゲームの一般化
  - 囚人のジレンマ

2

## ゲーム理論

ゲーム理論はジョン・フォン・ノイマンが開発したとされ、経済学の分野で発展してきた。ゲーム理論は、生物学においても積極的に利用され、進化ゲーム理論として発展してきた。

経済学においては、各個人が最大化するように努めていると仮定される量は効用と呼ばれる。これは、各人がさまざまな結果に対して持つ好みを表わすものである。

3

## ゲーム理論(2)

その結果、経済行動がうまく説明できるような効用関数を構成することができても、観測された行動とは独立に効用関数を測定することはできない。

これに対して、生物学におけるゲーム理論では、最適化すべきは遺伝子頻度の動態という自然過程が求められているため、生涯を通じての繁殖成功度が個体の行動の良さを測る利得関数とみなされる。

4

## ゲーム理論(3)

生物が従わなければならない制約には、エネルギーの保存、活動時間の制約、生化学反応の効率など、物理的、化学的、個体の行動上の決定における情報の制約などが挙げられる。

5

## ナッシュ均衡 Nash Equilibrium

動物か、鳥になったつもりになって考えてみよう。AかBか、あるいは右か左か、2つの餌場があったと仮定する。このとき、どちらの餌場に行けば良いかは、簡単に決まる。餌がよりたくさんある餌場を選べば良いだけである。生物学的には、摂食速度の高い方の餌場を選択する、と言う。

6

## ナッシュ均衡(2)

ところが、複数の捕食動物がいるときには、状況が少し変わってくる。つまり、多数の動物がひとつの餌場に集中すると、餌が得られる可能性が低くなるからである。そのため、ある個体にとって、最適な行動とは、他の個体の行動によって変わってくる。ところがその他個体も自分自身の行動を適応的に決めることになるので話はややこしくなってくる。

7

## ナッシュ均衡(3)

2つの餌場にいる個体数を  $x_1$ ,  $x_2$  とする。ある餌場での1個体あたりの摂食速度(せっしょくそくど)は、採餌個体数(さいじこたいすう)が増えたと減少していくと考えられる。そこで、2つの餌場でのそれぞれの摂食速度を  $f_i$  とすると、

8

## ナッシュ均衡(4)

$$f_i(x_i) = a_i - bx_i \quad (i = 1, 2)$$

するとと表せることになる。他の個体がいなくて、第1の餌場の方がエサが豊富だとしよう。すなわち、 $a_1 > a_2$  と仮定する。

個体数が全体で  $N$  とする。 $N$  が小さければ、すべての個体がエサが豊富な場所( $i = 1$ ) に集中する。すなわち  $x_1 = N$  かつ  $x_2 = 0$  である。

9

## ナッシュ均衡(5)

ところが、個体数が増加するにつれて、各個体の摂食速度は低下し、ついにはある時点で、 $i = 2$  の餌場での摂食速度と等しくなる。さらに個体密度が増加すると、1番目の餌場と2番目の餌場とが両方とも利用されるようになる。それぞれの個体が摂食速度の高い餌場を選ぶとすれば、平衡状態では1個体あたりの摂食速度が等しいという関係が成り立つはずである。

10

## ナッシュ均衡(6)

これを数式で表現すれば、

$$f_1(x_1) = f_2(x_2)$$

これを理想自由分布と言う。

この式と  $N = x_1 + x_2$  とを連立させて解くと、それぞれの場所における採餌個体数を、全個体数  $N$  の関数として求めることができる。

11

## ナッシュ均衡(7)

これは  $N$  人のプレーヤーがおのおのの採餌速度を決めるというゲームとみなすことができる。すなわち各個体が、採餌速度を利得関数とみなして、利得が高くなるように餌場を決めるという戦略とみなした非協力的ゲームであると言う。結果として得られる解のことを、ナッシュ均衡 (Nash equilibrium) と呼ぶ。

実際に、魚や池にいるカモの群れに2箇所と同時にエサをやるという実験をすると、それぞれの箇所の採餌速度に応じた数に個体数が分かれることが観察される。

12

## ナッシュ均衡(8)

このように、エサを得るという行動や繁殖などの行動はゲームとして記述可能であると考えられる。この考え方はゲーム理論によって定式化できる。この場合の利得とは、個体の生存確率を最大化するような振る舞いをする関数となる。進化生物学の立場では、子孫を残す確率が問題となる。子孫を残す確率を最大化するように各個体が振舞うという意味であり、それぞれの個体が進化というゲームをしているとみなす。

13

## ゲーム理論の導入

動物は、しばしば、種内で争いを起こす。オス同士はメスの獲得をめぐる争う。例えば、我々の親戚と行っても良いチンパンジーでは、オスのチンパンジーは群れの支配権をめぐる争い、他のオスと争う。メスライオン同士は狩場を維持するために互いに争う。この争いによって、致命的な傷をおってしまうこともある。悲しいことに、人間という種も戦争という残忍な能力を隠し持っている。

14

## ゲーム理論の導入(2)

しかし、この争いは相手を殺してしまうまで激化せず、ある範囲内に収まるのが通常である。動物行動学(エソロジー)では、いわゆる儀式的闘争という概念を提唱してきた。脅しの信号やジェスチャーで、お互いの力や決意を一方が立ち去るまで相手に見せるということをする。雄鹿はまず大声を上げ、次に平行に歩き出し、角を絡ませて押し合いをします。角が突き刺さると致命傷になるが、そこまで争いが激化することは稀である。

15

## ゲーム理論の導入(3)

儀式的闘争は、同性間淘汰とも言われる。角や牙などを使って直接争う場合もあれば、威嚇によって済まされる場合もある。ヒキガエルの鳴き声のように、メスへのアピールのようでありながら、他のオスの排除効果もあった例もある。つまり同性間の闘争が常に一対一で対面して行われるわけではない。この儀式的闘争は、直接闘争を行う種の場合は、儀式的なディスプレイ行為から始められる。儀式的なディスプレイ行為で勝敗が付かない場合は、より進んだ威嚇的ディスプレイへとエスカレートし、軽い小突きあいを経て、本格的な闘争に移行する。この過程で勝敗が決することも珍しくはない。

16

## ゲーム理論の導入(4)

生物学者は、以下のように考えてきた：

儀式的闘争が自然界で観察されるのは、儀式的闘争が種の保存にとって良いからである。致命的な傷をおってしまうような種の争いは、種の保存にとってマイナスだからである。つまり、むやみに誰とでも戦う戦略が進化的に安定な戦略ではないと。

17

## ゲーム理論の導入(5)

しかし、この考え方には問題がある。どういうことかと言うと、群れ全体、あるいは、種全体としての淘汰という意味ではありそうなことだけれど、個々の動物にはより強い淘汰がはたらくはずである。つまり群れのルールに従わず、致命的な傷をおわせるように争いを激化した方が、この個体が多く争いで勝ち残り、そのような個体の遺伝子はそうでない個体の遺伝子より多く繁殖することができる。

18

## ゲーム理論の導入(6)

闘争がどこまでエスカレートするかは種にもよりますが、その行為によって、得られる利益の大きさによっても左右される。ライオンであれば、年老いたオスの方が若いオスよりもエスカレートしやすいことが知られている。これは年老いたオスには残された時間が短く、死によって支払うことになるコストに比べれば、利益が大きいからと考えられてきた。アラビヤヤブチメドリのような、普段はさえずりによって求愛と儀礼的ディスプレイを行う種でも、時には死に至るほどの闘争が行われる。

19

## ゲーム理論の導入(7)

この個体淘汰から見た儀式的闘争は、ジョン・メイナード＝スミス (John Maynard Smith) によってゲーム理論の導入を導入することで説明されるようになった。

20

## 実習

カール・シグムンド著、数学でみた生命と進化、ブルーバックス、p.158。赤黒1個ずつのビー玉を壺に入れて、ビー玉を取り出すたびにそのビー玉と同じ色のビー玉を新たに壺に加えると、浮動現象が現れる。ほとんどの人は勘違いしてしまう。0~100%のすべの値がほとんど同じ確率で現れる。

配布した Feedback.class で遊んでみよう。

21

## 協力ゲームと非協力ゲーム

協力ゲームとは、各プレーヤーが提携してある利得を最大化するように振舞うゲームであり、非協力ゲームとは、プレーヤー同士が提携しないゲームを指す。

例えば、集団の個体が協力して全個体の採餌効率を最大化すると仮定しよう。

22

## 協力ゲームと非協力ゲーム

全体の採餌量は、

$$\phi = x_1 f_1(x_1) + x_2 f_2(x_2)$$

と表せる。これを  $x_1 + x_2 = N$  という制約の元に最大化する解は、先の解と異なることになる。進化生物学的には、各個体がそれぞれの利得を最大化する、すなわち、非協力的ゲームを演じていると考えられている。

23

## 協力ゲームと非協力ゲーム

しかし、協力することがない、とは言えない。例えば、両親を同じくする兄弟は、約半分の遺伝子を共有しているので、自分の兄弟が繁殖すれば間接的に自らの遺伝子を増加させることにつながる。

自らの摂食速度が下がっても第1の場所に残った兄弟の摂食速度が上がるのであれば、早めに第2の餌場に移動するという行動を引き起こす遺伝子は、集団の中に広がることができる。

このような行動を**血縁淘汰**、あるいは**血縁選択**と呼ぶ。

24

# チキンゲーム

チキンゲームとは、2 台の車に乗った 2 人が、互いの車に向かって一直線に車を走らせるゲームです。衝突を避けるためには、どちらかがハンドルを切って、道をそらす必要がある。先にハンドルを切ったプレイヤーがチキン（臆病者）と呼ばれ、屈辱の汚名をきせられる。すなわち、どちらが臆病者かを競うゲームである。このようなチキンゲームにおいては、どちらか一方のプレイヤーが引き下がらなければ、車の激突という悲劇が待っている。

25

# チキンゲーム(2)

チキンゲームは、交渉における重要な基本原理であると言われる。譲歩する猶予が与えられた各プレイヤーの戦略として記述される。そして双方のプレイヤーの少なくとも一方が譲歩しない限り、悲劇的な結末は避けられない。

26

# チキンゲーム(3)

衝突を回避するという屈辱は、衝突に比べれば些細な結末である。そのため、起こりうる衝突を事前に回避する行動が、合理的な行動といえる。ただし、相手が回避する戦略しか採らないプレイヤーならば、必ずしも回避する必要はない。

27

# チキンゲーム(4)

チキンゲームにおける利得表を次ページに示す。双方ともに直進すれば、衝突という大ダメージを受ける。これを  $-c$  で表す。一方、自分が直進して相手がハンドルを切れば、 $b$  の報酬が得られます。反対に、自分がハンドルを切って相手が直進した場合には、自分の得られる利得は  $0$  である。最後に、相当ともハンドルを切れば、報酬を分け合うと考えて  $b/2$  の報酬が得られることになる。

28

# チキンゲーム(5)

	直進する	ハンドルをきる
直進する	$-c$	$b$
ハンドルをきる	$-b$	$b/2$

29

# チキンゲーム(6)

チキンゲームは、競争や交渉の基本原理を表していると考えられており、譲歩することが戦略として記述されていることに注意。

30

## 実習

もし有限集団が2つのタイプの個体、赤と青から構成されていて両個体とも同一の適応度を持っていれば、十分時間が経つと集団はすべて赤か青となる。

別の言い方をすれば、赤黒100個ずつのビー玉を壺に入れて、ランダムに100個取り出す。残りは捨てて100個残ったビー玉を複製して壺に入れる。このサンプルを複製して壺に入れ100個取り出す操作を次々繰り返す。赤玉の比率はランダムに増減して、上下に揺れるがそのうち0か100になる。

RandomDrift.class

31

## タカ・ハトゲーム

チキンゲームは、進化ゲーム理論の分野ではタカ・ハトゲームとしても知られている。

種の中での異なる形質の集団は2つに分けることができると考えよう。この2種の個体群が、資源の獲得競争をする事態を考える。もっともシンプルなルールでは、共有資源を分割する方法として2人のプレーヤーが、2種類の戦略から1つを選択するものとする。このとき、ハト(Dove)派とタカ(Hawk)派という名前で呼ばれる行動(戦略)をする遺伝的形質を持っているとする。このような単純化したモデルにもとづいて、個体群の変化の様子を考える。これがゲーム理論の進化生物学への応用に当たる。

32

## タカ・ハトゲーム(2)

ある生物種があって、この生物種の個体は、資源の確保をめぐる、以下のように行動するものと仮定する。ひとつの集団Dに属する個体は、相手と会ったときに資源を共有しようとする(ハト派 Dove)。相手もDに属していれば、資源は共有されることとなる。もし、相手が自分を威嚇してきたら、資源を取ることをあきらめるといふ戦略をとる。Dに属する個体の戦略を「ハト派戦略」と呼ぶ。

33

## タカ・ハトゲーム(3)

もうひとつの集団Hに属する個体(タカ派 Hawk)は、相手と競争(闘争)し資源を独占しようとする。タカ派(H)は闘争を好み、ハト派(D)は逃走(ダジャレじゃないよ^^;)を好む。タカ派(H)がハト派(D)に出会ったときには、タカ派は相手を威嚇し、その結果、すべての資源を独占できる。しかし、もしもタカ派(H)の相手もタカ派(H)であったならば、双方が資源を独占しようとするため、お互いに闘って資源を取りあいます。その結果、自分が傷つくことがあり得る。Hに属する個体の戦略を「タカ派戦略」と呼ぶ。

34

## タカ・ハトゲーム(4)

このように、資源をめぐる出会いとその後の行動とを、「対戦」と呼ぶ。これらの個体同士が対戦したときの得失を考えてみよう。

議論を簡潔にするために、タカ派戦略とハト派戦略とは、遺伝的に決定されていると仮定する。

35

## タカ・ハトゲーム(5)

争いに勝って手に入れられる利得を  $b$  (benefit:利得) とする。戦いに負けてこらむる怪我などの被害を  $c$  (cost:費用) とする。タカ派同士がであって争えば、お互いの期待利得は  $(b-c)/2$  になる。争いは拡大され、一方のタカが勝利し、他方は負傷する。両方のタカは同じ強さだと仮定すれば、勝利する確率は  $1/2$  である。タカがハトに出会えば、タカが勝って利得  $b$  を得るが、ハトは撤退するので利得は  $0$  である。ハト同士が出会うと、お互いが負傷することなく(平和的に解決するので)、一方が勝利するでしょう。従って平均利得は  $b/2$  となる。このようにして次の利得行列表を得る。

36

## タカ・ハトゲーム(6)

	タカ	ハト
タカ	$\frac{b-c}{2}$	$b$
ハト	0	$\frac{b}{2}$

37

## タカ・ハトゲーム(7)

$b < c$  のとき、すなわち、互いに争って得られる利得が、戦いの代償よりも小さければ、タカ派もハト派も有利な戦術とは言えない。すなわちナッシュ均衡ではない。群れの全員がタカ派であれば、ハト派になるのが得策である。反対に、群れの全員がハト派であれば、タカ派としてプレイする方が得策である。このように考えると、タカ派とハト派は群れの中で共存することになる。進化生物学の言葉で言い換えれば、淘汰ダイナミクスは混合集団に収束する。

38

## タカ・ハトゲーム(8)

もし、集団全ての個体がハトならば、資源は平和的に分配されることになる。しかし、そこにタカ派戦略が入り込んで来た場合、タカ派は非常に高い適応度を得ることができる。従って、タカ派が集団中に広まることとなる。逆に、タカ派ばかりの集団にハト派が進入すれば、ハト派は資源をほとんど得られない。しかし、タカ派のように傷つくことはない。そのような集団の中で、最大の適応度を持つのはハトになる。

39

## タカ・ハトゲーム(9)

すなわち、いずれの集団でも少数派が有利となり(頻度依存選択)、頻度を増大させて行く。集団が均衡状態に達したとき、この戦略のバランスを **進化的に安定な戦略 ESS (Evolutionary Stable Strategy)**

であると言う。進化的に安定な戦略は、個体の成功度を最大化する。しかし、集団全体の総利得が最大化されるとは限らない。

40

## タカ・ハトゲーム(10)

このようなモデルでは、

1. 相手の手を予測することができない
2. 過去に戦った特定の対戦相手の、あるいは統計的な情報を記憶していない
3. 争っている資源に対する要求が双方等しい(一方が満腹であったりしない)
4. 資源量に対する双方が持つ情報が等しい

などが仮定されているが、実際の生物の行動に応用されるときにはこれらの要素が加味される、ということが仮定される。

41

## タカ・ハトゲーム(11)

この生物種は有性生殖でなく、無性生殖によって繁殖するものと仮定する(オスの立場で考えても、メスの立場で考えても良い)。すなわち、各個体ともに自分の子を残す能力をもっているものとする。進化の議論では、ある個体が残せる子の数のことを、適応度と呼ぶ。ここで、ある個体が実際に残せる子の数は、その個体が保有している資源の量によって定まると考えよう。つまり、上のタカ・ハトゲームにおける個体同士の対戦による得失は、その個体の適応度を変化させることに相当する。

42

## タカ・ハトゲーム(12)

このようなモデルでは、個体同士が対戦する前には、どの個体も同じ適応度を持っていると仮定される。そして、対戦によって、その適応度は増加したり減少したりする。その後には繁殖が行われて、子孫を残す。子の世代でも、また、最初には同じ適応度を持っていると仮定される。そして、対戦によって適応度が変化してから繁殖するという同じ過程を繰り返す。

43

## タカ・ハトゲーム(13)

このモデルでは、対戦なしに子を残す個体はないと考える。必ず他の個体との対戦が行われるのです。そこでの対戦の結果、生じる適応度の変化は、どのような相手が、どんな割合で存在しているのかによって異なる。つまり、タカ派(H)とハト派(D)との構成比と、対戦による得失を表すパラメータによって、残される子の比率が変化することになる。

44

## タカ・ハトゲーム(14)

対戦前に各個体が持っている適応度を  $W_0$  とする。また、ハト派(D)に属する個体の比率を  $p$  とする。そうするとタカ派(H)に属する個体の比率は  $1-p$  で表せる。ここから 1 回の対戦を行った結果、タカ派(H)とハト派(D)とに属する個体の適応度がどのように変化するかを求めてみよう。そして、その結果、次の世代の集団内の H と D との個体比率が、どのように変化するかを考える。上の議論を元に考えれば、1 回の対戦後の適応度  $W_H, W_D$  は以下ようになる。  $b$  は一回の対戦で得られる利益 (benefit),  $c$  は対戦で負傷する痛手(cost)である。

45

## タカ・ハトゲーム(15)

$$W_h = W_{h0} + p_h \times \frac{b-c}{2} + (1-p_h) \times b$$

$$W_d = W_{d0} + p_h \times 0 + (1-p_h) \times \frac{b}{2}$$

次に H と D とのそれぞれの占める割合が、この対戦の後で残すことができる子の世代で、どうなるかを考えよう。最初の時点では、H と D との占める割合は  $p, 1-p$  であった。それに、それぞれに上の適応度を掛けた値が、次世代の出生数に比例するはずである。したがって、次世代での H と D との個体の比率  $p', 1-p'$  は以下ようになる。

46

## タカ・ハトゲーム(16)

$$p' = \frac{p \times W_H}{p \times W_H + (1-p) \times W_D}$$
$$1-p' = \frac{(1-p) \times W_D}{p \times W_H + (1-p) \times W_D}$$

上式の右辺の分母は、次の世代個体総数であり、分子は H と D とに属する個体の数である。

47

## タカ・ハトゲーム(17)

このような結果がどのような結末を迎えるのを考える。  $W_H$  と  $W_D$  との式により、現在の比率によって、それぞれの固有の適応度がどのように変化するかを表していると考えられる。  $p', 1-p'$  の式は、次の世代の H と D との比率を表している。さらに、その次(孫)の世代を考えるには、こうして作られた  $p'$  を、再帰的に (4)式と(5)式に戻してやって、再計算すれば良い。この操作を繰り返していけば H と D という 2 つの戦略をとる集団の消長が分かる。

48

# 実習

配布された教材の中に、DoveHawk.class というファイルがある。このファイルをダブルクリックすることで、タカ・ハトゲームのシミュレータが起動する。パラメータを変化させて、集団内での個体比率どのように変化するかを確かめよ。

49

## タカ・ハトゲームの安定性の解析

このような結果がどのような結末を迎えるのを考える。 $W_H$  と  $W_D$  との式により、現在の比率によって、それぞれの固有の適応度がどのように変化するかを表していると考えられる。 $p'$ ,  $1-p'$  の式は、次の世代の H と D との比率を表している。さらに、その次（孫）の世代を考えるには、こうして作られた  $p'$  を、再帰的に  $W_H$  と  $W_D$  の式に戻してやって、再計算すれば良い。この操作を繰り返していれば H と D という 2 つの戦略をとる集団の消長が分かる。

50

## タカ・ハトゲームの安定性の解析(2)

先のシミュレーションでは、コストが高くつくとタカ派戦略は安定ではなくなる。その場合、タカ派の比率とハト派の比率が均衡するようになる。この状態を求めてみると、 $W_H$  の式の右辺の増加分と  $W_D$  の式の右辺の増加分とが等しいと置いて、

$$p \frac{b-c}{2} + (1-p)b = (1-p) \frac{b}{2}$$

これを  $p$  について解けば、

51

## タカ・ハトゲームの安定性の解析(3)

$$p = \frac{b}{c}$$
$$(1-p) = \frac{c-b}{c}$$

を得る。上の式がタカ派の存在確率、下の式がハト派の存在確率である。このことから  $c > b$  であることがハト派の存在には不可欠であることが分かる。すなわち、ハト派が生き残るためには、闘争のコストが利得を上回っている必要があり、そのときのみ、安定解が存在することが分かる。

52

## タカ・ハトゲームの安定性の解析(3)

ある戦略 S を持つ個体だけからなる集団があったとき、この集団にどんな戦略を持つ個体が侵入しても、侵入に成功しないとき、この戦略 S を**進化的に安定な戦略**と呼んだ。例えば H だけしかいない集団で、 $c < b$  であれば、ここに突然変異で D が起こっても生き残れないことになる。従って、戦略 H は ESS である。逆に  $c > b$  であれば、H の集団の中に D が入り込む余地が出てくる。

53

## 2人ゲームの一般化

今、二つの戦略 A と B とがあって、2 人が対戦するものとする。このときの利得行列は、以下のようになる。

	戦略A	戦略B
戦略A	a	b
戦略B	c	d

54

## 2人ゲームの一般化(2)

- A と A との対戦では両者の利得は a
  - B と B との対戦では両者の利得は d
  - A と B との対戦で A の利得は b, B の利得は c
- 進化ゲームの考え方は、プレーヤー A とプレーヤー B とで構成された、ある集団を考え、利得と適応度を同一視することである。x<sub>A</sub> を A の頻度、x<sub>B</sub> を B の頻度とすると、A と B とに対する期待利得はそれぞれ、

$$f_A = a x_A + b x_B$$

$$f_B = c x_A + d x_B$$

55

## 2人ゲームの一般化(3)

この式では、各プレーヤーがプレーヤー A と対戦する確率は x<sub>A</sub>、プレーヤー B と対戦する確率は x<sub>B</sub> で与えられると仮定する。2つの戦略 A と B との間における頻度依存淘汰を以下のように定義する。A の頻度を x<sub>A</sub>、B の頻度を x<sub>B</sub> とするとベクトル

$$\mathbf{X} = (x_A, x_B)$$

は集団の構成を表している。f<sub>A</sub>(x) を A の適応度、f<sub>B</sub>(x) を B の適応度とする。すると淘汰のダイナミクスは

56

## 2人ゲームの一般化(3)

$$\frac{dx_A}{dt} = x_A [f_A(\mathbf{x}) - \phi]$$

$$\frac{dx_B}{dt} = x_B [f_B(\mathbf{x}) - \phi]$$

と書くことができる。この式はレプリケーター方程式と呼ばれ、ロトカ・ヴォルテラ方程式の一般化になっている。ここで、

57

## 2人ゲームの一般化(4)

$$\phi = x_A f_A(\mathbf{x}) + x_B f_B(\mathbf{x})$$

は平均適合度を表している。

$$x_A + x_B = 1$$

が成り立つので、x<sub>A</sub> = x, x<sub>B</sub> = 1 - x という変数 x を定義して、

$$\frac{dx}{dt} = x [f_A(\mathbf{x}) - x_A f_A(\mathbf{x}) - (1-x) f_B(\mathbf{x})]$$

$$= x [(1-x) f_A(\mathbf{x}) - (1-x) f_B(\mathbf{x})]$$

$$= x(1-x) [f_A(\mathbf{x}) - f_B(\mathbf{x})]$$

58

## 2人ゲームの一般化(5)

この式から、平衡点は x=0, x=1, f<sub>A</sub>(x)=f<sub>B</sub>(x) であることが分かる。

59

## 囚人のジレンマ

囚人のジレンマ (Prisoners' Dilemma) とは、ゲーム理論や経済学において、個々の最適な選択が全体として最適な選択とはならない状況の例としてよく挙げられる問題である。非ゼロ和ゲームの代表例でもある。この問題自体はモデル的だが、実社会でもこれと似たような状況 (値下げ競争, 環境保護など) は頻繁に出現すると考えられる。

60

## 囚人のジレンマ(2)

囚人のジレンマとは、以下のような状況を指す。  
共同で犯罪を行った（と思われる）2人が捕まった。  
警官はこの2人の囚人に自白させる為に、彼らの牢屋を順に訪れ、自白した場合などの司法取引について次のような条件を提示する。

61

## 囚人のジレンマ(3)

- 1.もし、おまえらが2人とも黙秘したら、2人とも懲役2年だ。
- 2.だが、共犯者が黙秘していても、おまえだけが自白したら、おまえだけは刑を1年に減刑してやる。ただし、共犯者の方は懲役15年だ。
- 3.逆に共犯者だけが自白し、おまえが黙秘したら共犯者は刑が1年になる。ただし、おまえの方は懲役15年だ。
- 4.おまえらが2人とも自白したら、2人とも懲役10年だ。

62

## 囚人のジレンマ(4)

なお、2人は双方に同じ条件が提示されている事を知っているものとする。また、囚人2人は別室に隔離されていて、2人の中で強制力のある合意を形成できないものとする。  
このとき、囚人は共犯者と協調して黙秘すべきか、それとも共犯者を裏切って自白すべきか、というのが問題で囚人のジレンマという問題である。  
2人の囚人のうちAの懲役を表にまとめると以下のようになる。

63

## 囚人のジレンマ(5)

	B協調 (黙秘)	B裏切り (自白)
A協調 (黙秘)	-2	-15
A裏切り (自白)	-1	-10

64

## 囚人のジレンマ(6)

囚人2人にとって、互いに裏切りあって10年の刑を受けるよりは、互いに協調しあって2年の刑を受ける方が得である。しかし囚人達が自分の利益のみを追求している限り、互いに裏切りあうという結末を迎えます。なぜなら囚人Aは以下のように考えるだろう。

65

## 囚人のジレンマ(7)

- ・囚人Bが「協調」を選んだとする。このとき、もし自分(=A)がBと協調すれば自分は懲役2年であるが、逆に、自分がBを裏切れれば懲役は1年ですむ。だからBを裏切ったほうが得だ。
- ・囚人Bが「裏切り」を選んだとする。このとき、もし自分がBと協調すれば自分は懲役15年だが、逆に自分がBを裏切れれば懲役は10年ですむ。だからBをやはり裏切ったほうが得だ。

66

## 囚人のジレンマ(8)

以上の議論により、B が自分との協調を選んだかどうかによらず B を裏切るのが最適な戦略（支配戦略）であるから、A は B を裏切る。一方、囚人 B も同様の考えにより、囚人 A を裏切ることになる。よって A、B は互いに協調しあったほうが得であるにもかかわらず、互いに裏切りあって 10 年の刑を受けることになる。合理的な各個人が自分にとって「最適な選択」（裏切り）をすることと、全体として「最適な選択」をすることが同時に達成できないことから、ジレンマと言われる。

67

## 囚人のジレンマ(9)

なお、この場合のパレート効率的な組合せは、(2,2)、(15,1)、(1,15) の 3 点であり、(10,10) はナッシュ均衡ではあってもパレート効率的ではない。

68

## 進化とは何か

生物が進化するという事実を遺伝学的に見ると、以下のよう考えることができる。

まず、交配(交尾)可能な生物集団、種と呼ばれる個体群の集団の中には、いくつもの異なる遺伝形質が存在している。ある広がりをもった「遺伝子プール」がその種によって保持されていると考える。生物は、広義の「環境」、すなわち種をとりまく生態系、つまり環境の中で生きている。同種の他の個体や、他の生物との間には、相互に複雑に関係しながら暮らしている。ここで、餌などの資源をめぐる競争や協力が行われる。

69

## 進化とは何か(2)

そして、それによって、より多くの資源を獲得した個体が、もっとも多くの子孫を残すことに成功するであろうと予想できる。このような個体を「適応度が高い」と言う。そして、適応度が高いことの直接の結果として、その個体は、自分と同じ遺伝形質をもつ個体を次世代に増やすことになる。すなわち、ある生物集団内の遺伝子プールの中の遺伝子の分布は、個体ごとの適応度の違いによって、変化する。そして、この結果として、より適応度が高い個体が大きな割合を占めるようになると予想できる。このような生物集団の形質の変遷が、進化生物学者が進化と呼んでいるものである。

70